

סמסטר ב' תשע"ח

מבחן הסתברות
מרצה: עידן אלטר

הנחיות: יש לענות על 3 מתוך 4 שאלות. משך המבחן: שעתיים. מצורף דף נוסחאות.

שאלה 1

- א. הוכיחו את נוסחת ההסתברות השלמה
 ב. ירדן מטיל 10 מטבעות הוגנים, וכל מטבע שנופל על "עץ" הוא נותן לשירה. שירה מטילה את כל המטבעות שקיבלה וכל מטבע שנופל על "עץ" היא נותנת לתום. מה תוחלת המטבעות שתום מקבל?

שאלה 2

- א. בכיתה נבחנו 100 סטודנטים, ההסתברות של כל אחד לסיים את הבחינה בפחות משעתיים היא 0.5, וזמן הסיום של כל סטודנט בלתי תלוי בסטודנטים האחרים.
 a. מצאו את התפלגות כמות הסטודנטים שסיימו את הבחינה בפחות משעתיים.
 b. מצאו קירוב להסתברות שבין 20 ל-40 סטודנטים יסיימו את הבחינה בפחות משעתיים.
 ב. יהיו $X \sim U[-1,1]$. מצאו את הצפיפות של $Y = |X|$.

שאלה 3

- א. יהיו A, B מאורעות כך ש $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{4}{5}$. הוכיחו שמתקיים $\frac{1}{20} \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{4}$.
 ב. בכד יש 6 כדורים: שניים לבנים, שניים שחורים, אחד אדום ואחד צהוב.
 a. מוציאים את הכדורים בזה אחר זה ללא החזרה. חשבו את ההסתברות שהכדור האחרון שהוצא הוא צהוב.
 b. מוציאים את הכדורים בזה אחר זה, עם החזרה עד שהצהוב יוצא בפעם השלישית. חשבו את ההסתברות שנדרשו לכך 4 או 5 שליפות.

שאלה 4

נתונה פונקציית ההתפלגות המשותפת $p_{X,Y}(k,n)$ של שני משתנים מקריים בידיים בטבלה הבאה

$X \setminus Y$	0	1	2	3
0	0.15	0	0.1	0.1
1	0.1	0.15	0.2	0
2	0.1	0	0.1	C

- א. מצאו את הקבוע C.
 ב. האם X, Y בלתי תלויים?
 ג. מצאו את ההתפלגות השולית של X , $p_X(k)$.
 ד. חשבו את $V[X - Y]$.