

בוחרן מבנים אלגבריים הנדסה תשעו

19/11/2015 ז' כסליו

מתרגל: אחיה בר־און.

- ענה על 3 מתוך 4 שאלות.
 - על כל דף תשובה רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא.
 - הקפידו על סדר ניקיון.
 - משך הבוחן: שעה וחצי.
 - ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
 - השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
 - ניקוד: ניקוד שווה של $33\frac{1}{3}$ נקודות לכל שאלה
- המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

1	
2	
3	
4	
total	

בהצלחה!

1. קבעו עבור הקבוצות הבאות האם הם מהוות חבורה או מונואיד ביחס לפעולה הנתונה בשאלה:

(א) קבוצת שורשי היחידה מסדר n , כלומר הקבוצה $X = \{a \in \mathbb{C} \mid a^n = 1\}$ עם הפעולה של כפל רגיל של מספרים מרוכבים.

(ב) הטבעיים $G = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ עם פעולה מקסימום $a * b = \max\{a, b\}$.
פתרון: מופיע בש.ב.

2. תהא $\sigma \in S_n$. ותהא $\sigma = \tau_1 \cdots \tau_m$ ההצגה שלה כמכפלה של מחזורים זרים. הוכח כי

(א) $\sigma^{-1} = \tau_1^{-1} \cdots \tau_m^{-1}$

(ב) $\sigma^k = \tau_1^k \cdots \tau_m^k$ לכל k טבעי.
פתרון: מופיע בש.ב.

3. תנו דוגמא ל:

(א) חבורה G שהמרכז שלה שונה מ $\{e\}$, (כאשר e הוא איבר היחידה של G). בסימונים המקובלים, $C(G) \neq \{e\}, G$

(ב) מונואיד M ואיבר $x \in M$ שיש לו הפכי מימין אך אין לו הופכי משמאל. כלומר קיים $y \in M$ המקיים $xy = e$ אבל לא קיים $y \in M$ המקיים $yx = e$ (כאשר e זה איבר היחידה של M).
פתרון: מופיע בהרצאה

מספיק לנמק, ללא הוכחה פורמאלית.

4. תהא G חבורה סופית ויהיו $a, b \in G$. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים כי

$$(ab)^n = e \iff (ba)^n = e$$

פתרון: הוכחה: נניח $(ab)^n = e$ אזי נכפיל ב a^{-1} משמאל ו a מימין ונקבל $(ba)^{n-1} ba = e$ שזה $(ba)^n = e$