

### שאלה 1

מצא את הנקודה על הפרבולה  $y = 2x^2 + 5$  שמרחקה מראשית הצירים הוא מינימלי.

#### הדרכה:

מרחק של נקודה  $(x, y)$  מראשית הצירים נתון על ידי נוסחה  $\sqrt{x^2 + y^2}$ .  
תבנו פונקציה  $g(x) = \sqrt{x^2 + y^2}$ , בטאו אותה באמצעות  $x$ , ומצאו את המינימום המוחלט שלה.

### שאלה 2

מצא מינימום ומקסימום מוחלט עבור הפונקציה הבאה בקטע  $[-2, 2]$ :

$$f(x) = 4 + |1 - x^2|$$

### שאלה 3

מצא נקודות קיצון מקומי ומוחלט (אם יש), תחומי עליה/ירידה, נקודות פיתול (אם יש), תחומי קמירות/קעירות של הפונקציות הבאות:

א)  $f(x) = x^3 - 3x^2$

ב)  $f(x) = x \cdot e^x$

ג)  $f(x) = \ln(\sin(x))$  בתחום  $(0, \pi)$

ד)  $f(x) = \sin^2(x)$  בתחום  $[0, \pi]$

### שאלה 4

א) הוכח שלמשוואה  $2x = \cos(x)$  יש פתרון יחיד

ב) מצא את מספר הפתרונות של המשוואות הבאות בקטע נתון:

1)  $x^4 + x^2 = 2$  בקטע  $[0, 2]$

2)  $e^x = 10x$  בקטע  $[0, 10]$

ג) תהי  $f(x) = \ln^2(x) - 5\ln(x) + 6$  הוכיח כי קיימת נקודה  $c \in [e^2, e^3]$  כך ש-  
 $f'(c) = 0$ .

### שאלה 5

הוכיחו כי לכל  $0 < y < x$  ו  $\alpha > 1$  מתקיים

$$\alpha y^{\alpha-1} (x - y) < x^\alpha - y^\alpha < \alpha x^{\alpha-1} (x - y)$$