

דף - 3

(1) הוכח שממוצע חשבוני של שני מספרים חיוביים לא קטן ממוצע הנדסי שלהם.

(2) הוכח, ש אם

$$, a > 0, b > 0, c > 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc \quad \text{אז}$$

(3) הוכח שאם

$$x + y + z = 1$$

$$\text{כאשר } x > 0, y > 0, z > 0 \quad \text{אז, } (1-x)(1-y)(1-z) \geq 8xyz$$

(4) הוכח שלכול מספר ממשי מתקיים

$$\frac{x^2}{1+x^4} \leq \frac{1}{2}$$

(5) הוכח כי סכום שני מספרים חיוביים לא קטן מ2, אם מכפלתם שווה ל1.

(6) הוכח שאם, $ab \leq 0$

$$(a^2 - b^2)^2 \leq (a - b)^4$$

אז

(7) הוכח

$$\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} \leq \frac{2n-1}{n}$$

(8) הוכח

$$1 \leq \frac{2x^2 + 6x + 6}{x^2 + 4x + 5} \leq 3$$

(9) הוכח שלכול מספר טבעי הגדול מ-1 מתקיים: $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}$