

תרגיל בית מספר 4

תיכונת 2 תשע"ח

שאלה 1

מעגל שרדיוסו $\sqrt{20}$ חותך מהישר $x-y-1=0$ מיתר שאורכו $\sqrt{72}$ ומהישר $3x-y+9=0$ מיתר שאורכו $\sqrt{40}$. מצא את מרכז המעגל אם:
א. שני המיתרים נמצאים בצדדים שונים של המרכז. (הבחן בין שני מקרים).
ב. שני המיתרים נמצאים באותו צד של המרכז. (הבחן בין שני מקרים).

תשובה:

א. $(1, 2)$ או $(-11, -14)$. ב. $(-1, -4)$ או $(-9, -8)$.

שאלה 2

מעגל שמרכזו בנקודה $(7, 3)$ חותך מהישר $3x+y-4=0$ מיתר שאורכו $\sqrt{40}$.
א. מצא את משוואת המעגל.
ב. מצא את אורך הצלע של משולש שווה צלעות שחסום במעגל.

תשובה:

ב. $\sqrt{150}$

שאלה 3

מרכזו של מעגל הוא על הישר $y = 2x$ ורדיוסו 2.
מצא את משוואת המעגל אם הוא חותך מהישר $y = x+3$ מיתר שאורכו $\sqrt{8}$.

תשובה:

$(x-1)^2+(y-2)^2=4$
או $(x-5)^2+(y-10)^2=4$

שאלה 4

- מרכזו של מעגל נמצא על הישר $y = mx$ והוא עובר בנקודות $(4, 0)$ ו- $(0, 2)$.
- הבע את שיעורי מרכז המעגל באמצעות m .
 - מצא לאיזה ערך של m אין פתרון לסעיף א' והסבר את המשמעות הגיאומטרית של התוצאה המתקבלת.
 - באיזה מקרה התוצאה של סעיף א' איננה מאפשרת לחשב את שיעורי מרכז המעגל למרות שהישר שעליו נמצא המרכז עובר דרך ראשית הצירים? מהו המרכז במקרה הזה?

תשובה :

א. $\left(\frac{3}{2-m}, \frac{3m}{2-m}\right)$. ב. 2 . ג. $(0, -3)$.

שאלה 5

הוכח את השוויונים הבאים, כאשר a, b - מספרים ממשיים.

א. $\frac{1+2i}{3-4i} + \frac{2-i}{5i} = -\frac{2}{5}$. ב. $\frac{1}{(a+ib)^2} + \frac{1}{(a-ib)^2} = \frac{2(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)^2}$. ג.

שאלה 6

חשב את הביטויים הבאים:

א. $(2-2i)^7$. ב. $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{40}$. ג. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$.

תשובה:

א. $2^{10}(1+i)$. ב. $2^{20}\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$. ג. 1.

שאלה 7

א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה: $(\bar{z})^5(3-2i)(2-3i) = -13$.

ב. הוכח כי לכל שני מספרים מרוכבים שונים z ו- w , המקיימים $|z| = |w|$,

הביטוי $\frac{z+w}{z-w}$ הוא מדומה טהור.

תשובה :

$z_0 = cis18^\circ$; $z_1 = cis90^\circ$; $z_2 = cis162^\circ$; $z_3 = cis234^\circ$; $z_4 = cis306^\circ$