

## תרגיל 7 גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית

1. חשבו את מקדמי כריסטופל של מישור  $xy$  (הציגו אותו כמשטח עם פרמטריזציה מתאימה).

2. חשבו את מקדמי כריסטופל של משטח סיבוב:

$$X(\theta, s) = (r(s) \cos \theta, r(s) \sin \theta, z(s))$$

3. חשבו את מקדמי כריסטופל של טורוס ושל ספירת היחידה.

4. הוכיחו את הזהויות הבאות (הנתונות בסימון איינשטיין):

$$\langle X_{ij}, X_k \rangle = \Gamma_{ij}^s g_{sk} \quad (\text{א})$$

$$g_{ij,k} = \langle X_{ik}, X_j \rangle + \langle X_i, X_{jk} \rangle \quad (\text{ב})$$

5. יהיו  $M_1, M_2$  שני משטחים עם מטריקות  $(g_{ij})_1, (g_{ij})_2$  בהתאמה. נתון שמקדמי כריסטופל של המשטחים זהים. האם  $(g_{ij})_1 = (g_{ij})_2$ ?

6. נתון ההיפרבולואיד  $(\cosh \phi \cos \theta, \cosh \phi \sin \theta, \sinh \phi)$ . חשבו את התבנית היסודית הראשונה ואת מקדמי כריסטופל.