

תרגיל 8 אלגברה ליניארית למורים באר שבע תש"ף

27 במאי 2020

1. בדקו האם הקבוצה A פורשת את המרחב V :

$$A = \{x^2 + 2x + 2, x - 2, 5x^2 + 4\}, V = \mathbb{R}_2[x] \quad (\text{א})$$

$$, V = \mathbb{R}^4 \quad (\text{ב})$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -14 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 37 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \right\}, V = \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (\text{ג})$$

2. בדקו האם הקבוצה $A \subseteq V$ היא בת"ל:

$$.A = \{x^2 + 2x + 2, x - 2, 5x^2 + 4\}, V = \mathbb{R}_2[x] \quad (\text{א})$$

$$, V = \mathbb{R}^4 \quad (\text{ב})$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -14 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 37 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \right\}, V = \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (\text{ג})$$

3. ב- \mathbb{R}^3 , נתבונן בקבוצה הבאה:

$$A = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ k \\ -1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} k \\ 1 \\ 2 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 2 \\ -2 \\ k \end{array} \right) \right\}$$

כאשר k פרמטר ממשי. מצאו לאלו ערכים של k הקבוצה A היא בת"ל, ולאלו ערכים של k הקבוצה A פורשת את \mathbb{R}^3 .

4. יהי V מרחב וקטורי ויהיו $v_1, \dots, v_n \in V$ כך שהוקטור v_n הוא צירוף ליניארי של הוקטורים v_1, \dots, v_{n-1} . הוכיחו שהקבוצה $\{v_1, \dots, v_n\}$ תלויה ליניארית.

5. יהיו $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^k$ וקטורים ותהי $A \in \mathbb{R}^{m \times k}$. הוכיחו או הפריכו:

(א) אם v_1, \dots, v_n בת"ל אז Av_1, \dots, Av_n בת"ל.

(ב) אם Av_1, \dots, Av_n בת"ל אז v_1, \dots, v_n בת"ל.