תורת המשחקים - שיעור 7

תחרות עסקית – מודל קורנו ומודל ברטרנט

מודלים בכלכלה

- ***מונופול*** מול ***תחרות משוכללת***

תחרות משוכללת

מונופול

∞ חברות בתחרות. חברה אחת לא יכולה לשנות את התנהגות השוק.

חברה אחת שולטת בשוק. קובעת את מחיר המוצר ואת כמויות הייצור.

מודל קורנו

- חוקר מצב בו יש דואופול, שתי חברות מתחרות.

תחרות משוכללת מונופול

דואופול – יש אינטארקציה
אסטרטגית בין החברות המתחרות.
לכן יש מקום לחקור בעזרת תורת
המשחקים.

- במודל זה החברות קובעות את כמויות הייצור שלהן, והשוק קובע את מחיר המוצר.

מה המטרות בחקר מודל כזה?

- חברה הנמצאת בתחרות דואופול תרצה לנתח את המשחק ולהגיע להחלטות אסטרטגיות רציונליות, ולהביא למקסימום את רווחיה.

- מדינאים/כלכלנים יירצו לנתח סוג כזה של תחרות כדי להבין:
  - האם מודל כזה הוא <u>טוב</u> ***לצרכנים*** או ***ליצרנים?***
  - אילו סכנות טמונות במודל כזה (איזה פיקוח דרוש)?

תיאור המודל

- שחקנים: 2 חברות המייצרות אותו מוצר בדיוק (לא ניתן להבדיל בין המוצרים – perfect substitutes).

- אסטרטגיות: כל חברה קובעת כמה מהמוצר היא מייצרת. נסמן ב q_1, q_2.

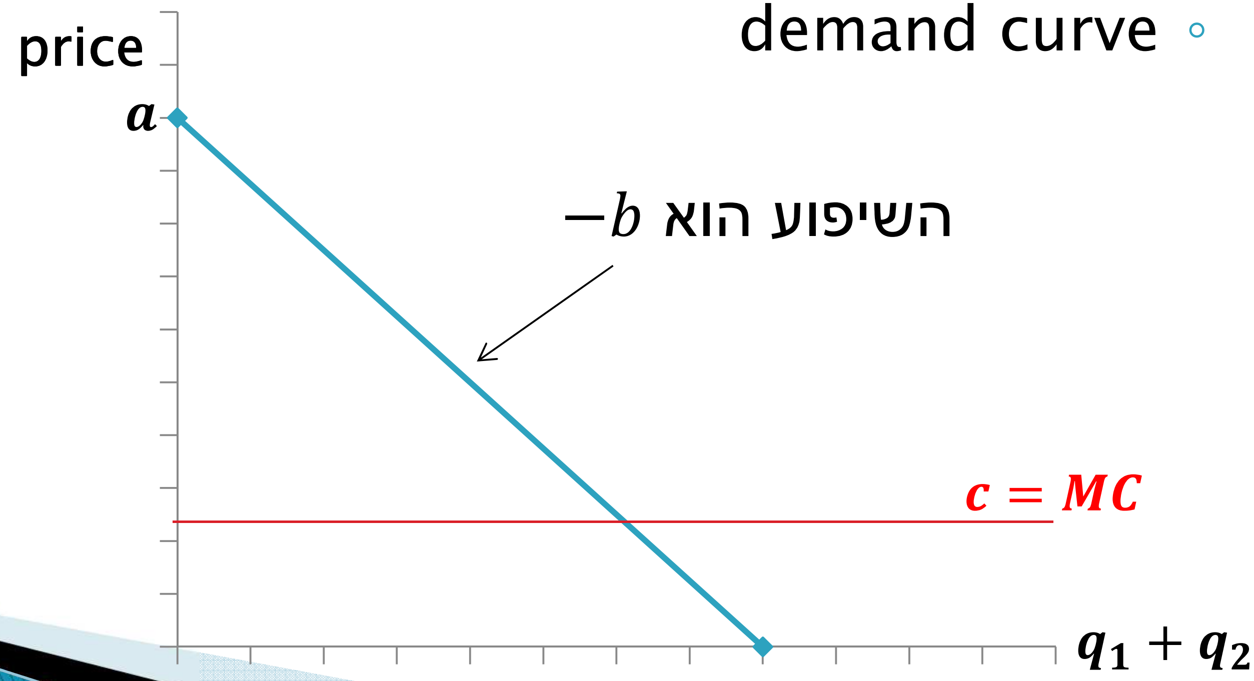
- נניח למען פשטות המודל שעלות הייצור של כל מוצר היא קבועה – כלומר ***העלות השולית*** (marginal cost) היא פונקציה קבועה. $MC = c$
  - כלומר עלות הייצור של כמות q היא cq.

עקומת הביקוש

- נציג כעת את הפונקציה שקובעת את מחיר המוצר בשוק:

$$P = a - b(q_1 + q_2)$$

- זוהי ***עקומת הביקוש*** (ההפוכה) עבור המוצר –
  - demand curve



פונקצית התועלת = הרווח הנקי

$$u_1(q_1,q_2) = Pq_1 - cq_1$$
$$= (a - b(q_1 + q_2))q_1 - cq_1$$
$$= aq_1 - bq_1^{\,2} - bq_1q_2 - cq_1$$

- בצורה דומה מקבלים:

$$u_2(q_1,q_2) = aq_2 - bq_2^{\,2} - bq_1q_2 - cq_2$$

אסטרטגית התגובה המיטבית

- נרצה כעת לחשב את התגובה המיטבית של חברה בהנתן אסטרטגיה של החברה המתחרה.
- כלומר: אם חברה 2 בחרה באסטרטגיה q_2 מה האסטרטגיה שתביא לחברה 1 את הרווח המקסימלי?

$$BR_1(q_2) = ?$$

- נמצא את האסטרטגיה q_1 המביאה את התועלת למקסימום

$$\max_{q_1} u_1(q_1, q_2) = \max_{q_1} \left[aq_1 - bq_1^{\,2} - bq_1q_2 - cq_1 \right]$$

אסטרטגית התגובה המיטבית

- כזכור יש למצוא מתי הנגזרת לפי q_1 מתאפסת:

$$\frac{\partial u_1}{\partial q_1}(q_1, q_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad q_1 = \frac{a - c - bq_2}{2b}$$

- ניתן לראות שזאת אכן נקודת מקסימום כי הנגזרת השניה היא שלילית, ולכן:

$$\Leftrightarrow \quad BR_1(q_2) = \frac{a - c - bq_2}{2b}$$

מצבי קיצון

- אם שחקן 2 מחליט לא לייצר, כלומר בוחר באסטרטגיה $q_2 = 0$, אזי שחקן 1 הוא למעשה מונופול.
- הערך של $BR_1(0)$ היא האסטרטגיה בה על המונופול לבחור על מנת למקסם רווחים:

$$BR_1(0) = \frac{a-c}{2b}$$

- באסטרטגיה זו, מחיר המוצר יהיה

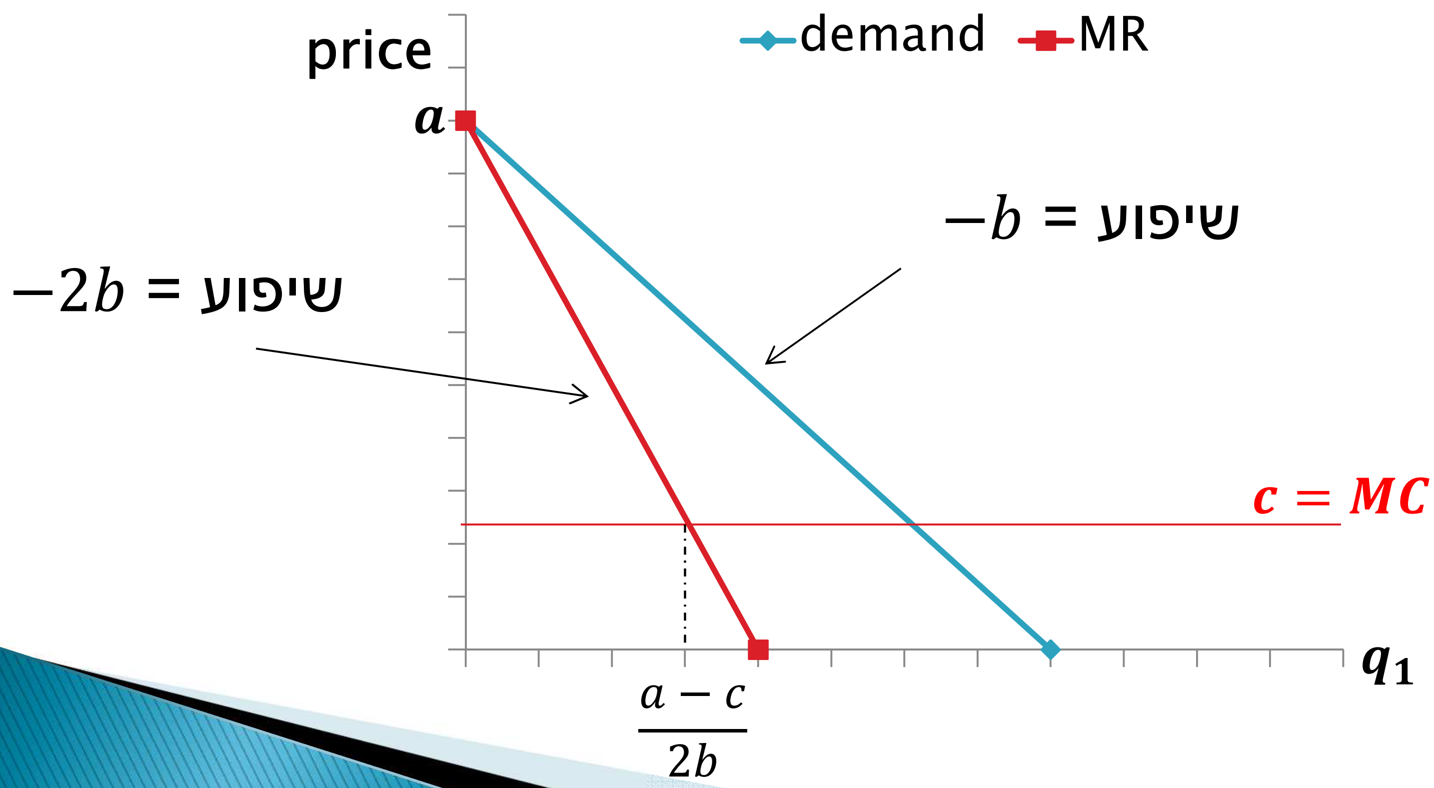
$$P = a - b\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \frac{1}{2}(a+c)$$

- הרווח של חברה 1 יהיה

$$u_1\left(\frac{a-c}{2b}, 0\right) = \frac{(a-c)^2}{4b}$$

מונופול

- המונופול מקבל רווח מקסימלי כאשר **פדיון שולי = עלות שולית** $MR = MC$.



מצבי קיצון – המשך

- באיזה אסטרטגיה שחקן 2 מנטרל את שחקן 1 מהשוק?
- תשובה: כאשר

$$BR_1(q_2) = 0$$

- זה קורה כאשר

$$\frac{a-c-bq_2}{2b} = 0$$

$$\Leftrightarrow q_2 = \frac{a-c}{b}$$

- נשים לב שאסטרטגיה זו גדולה ממש מאסטרטגית המונופול.

מצבי קיצון – המשך

- כלומר אם שחקן 2 משחק באסטרטגית המונופול שלו

$$q_2 = \frac{a-c}{2b}$$

אז שחקן 1 לא מנוטרל מהמשחק וכדאי לו לבחור באסטרטגיה

$$BR_1\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \frac{a-c}{4b}$$

- כלומר גם אם חברה אחת שולטת בשוק כדאי לחברה שניה להכנס לשוק.

מצבי קיצון – המשך

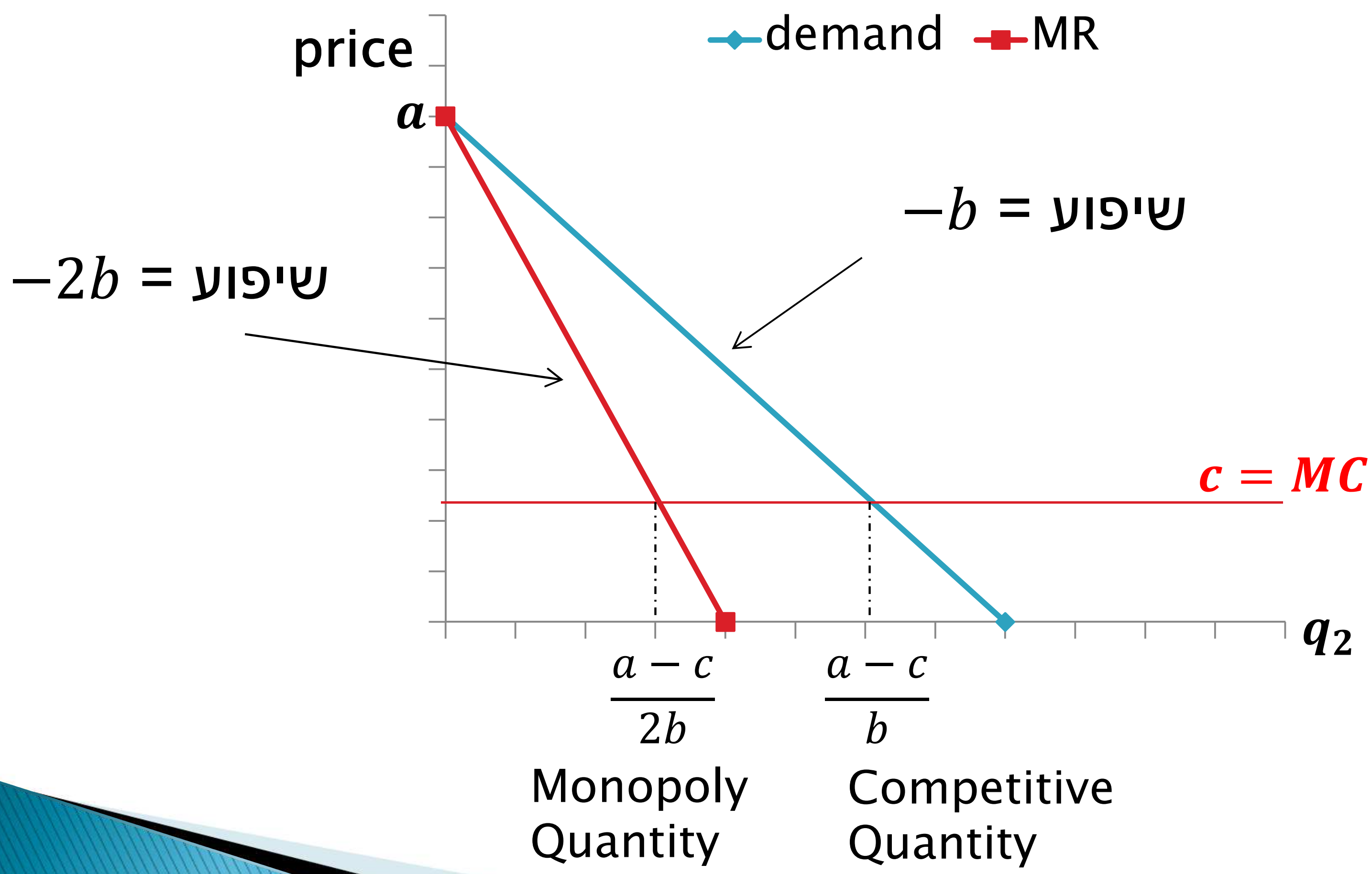
- נחשב כעת את הרווחים תחת בחירת האסטרטגיה המנטרלת

$$q_2 = \frac{a-c}{b}$$

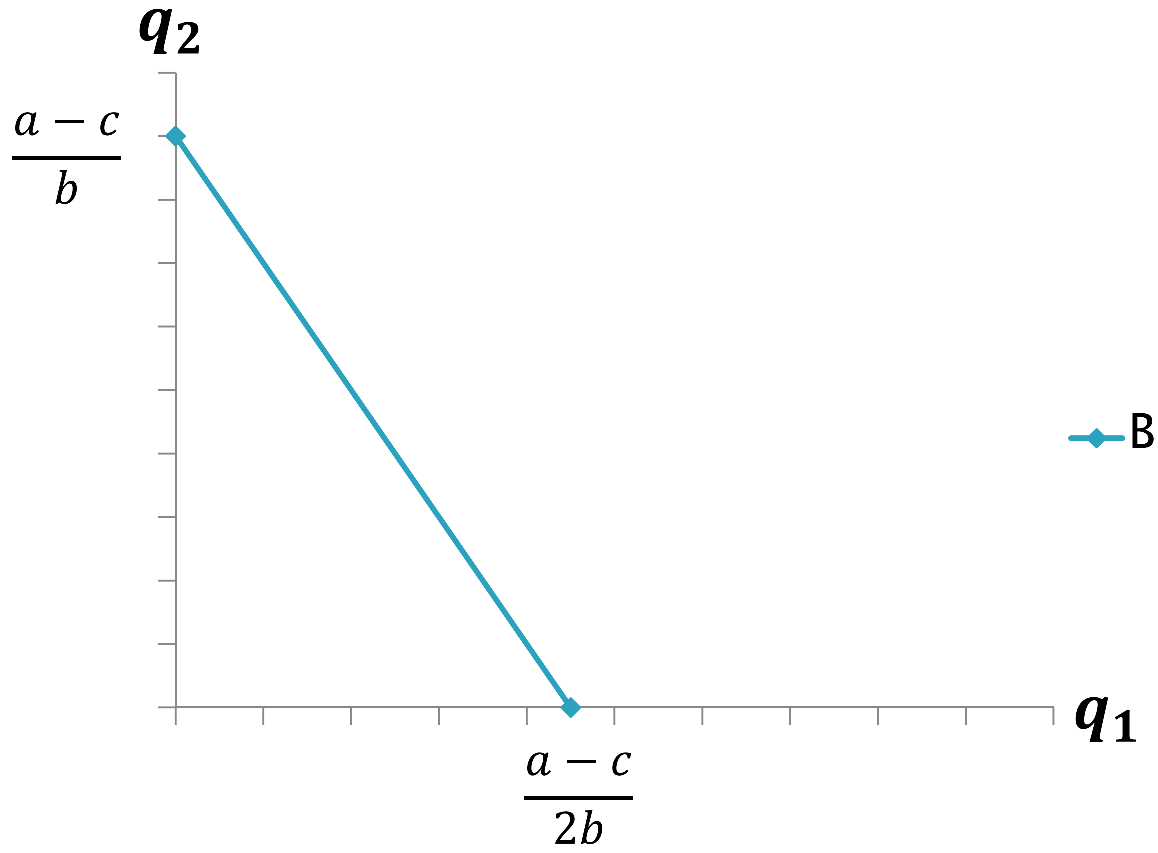
- באופן לא מפתיע, אנחנו מקבלים:

$$P = a - b\left(\frac{a-c}{b}\right) = c$$

- הרווח מכל מוצר ירד לעלות הייצור, ולכן הרווח הכולל של חברה 2 יהיה 0.

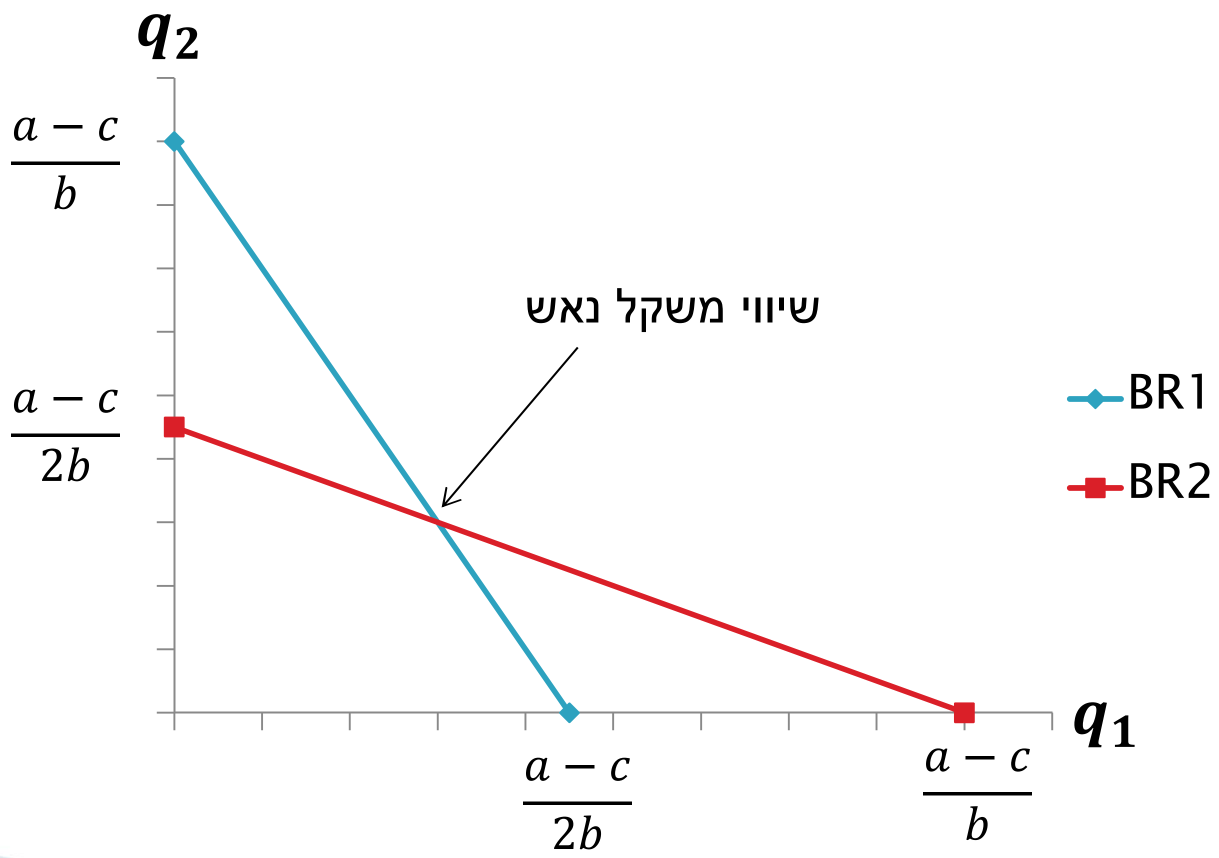

price
demand
MR
a
$-b$ = שיפוע
$-2b$ = שיפוע
$c = MC$
q_2
$\frac{a-c}{2b}$
Monopoly Quantity
$\frac{a-c}{b}$
Competitive Quantity

גרף התגובה המיטבית



גרף התגובה המיטבית

- באופן סימטרי נקבל



נקודת שיווי משקל נאש במודל קורנו

- צריך לפתור את מערכת המשוואות הבאה:

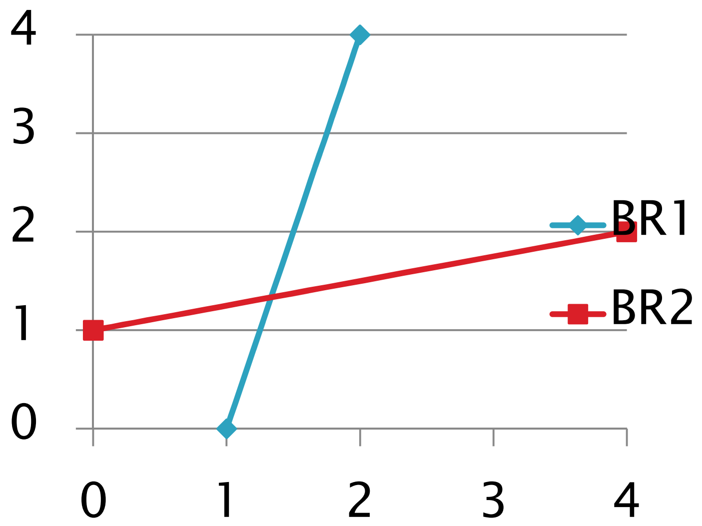
$$\begin{cases} q_1 = \dfrac{a-c-bq_2}{2b} \\ q_2 = \dfrac{a-c-bq_1}{2b} \end{cases}$$

- נקבל

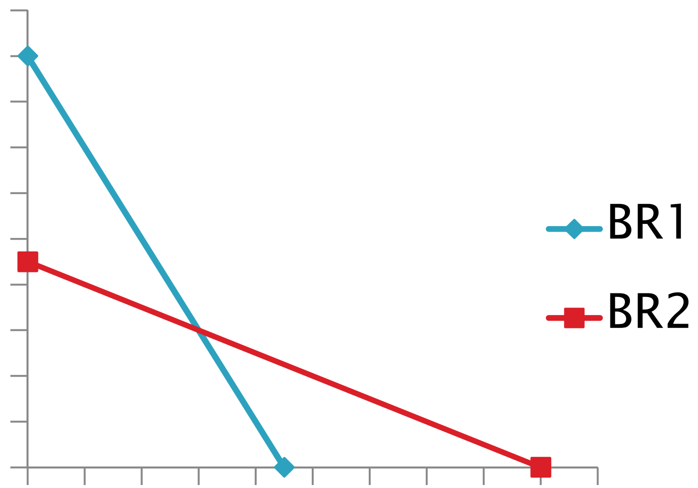
$$q_1 = q_2 = \frac{a-c}{3b}$$

מודל קורנו מול משחק השותפות (שיעור 4)

משחק השותפות



מודל קורנו



מודל קורנו מול משחק השותפות

- במשחק השותפות כאשר שחקנית אחת עובדת יותר, השחקנית השניה רוצה גם לעבוד יותר.
  - השחקניות במצב של ***שיתוף פעולה.***
  - למשחק מסוג זה קוראים ***משלימים אסטרטגיים***.
- במודל קורנו, כאשר חברה אחת מייצרת יותר, החברה השנייה תרצה לייצר פחות.
  - השחקנים במצב של ***קונפליקט***.
  - למשחק מסוג זה קוראים ***תחליפים אסטרטגיים***.

האם מודל קורנו הוא טוב עבור החברות?

- נבדוק מתי הרווח המשותף של שתי החברות הוא מקסימלי, ונבדוק כיצד הוא משתווה לרווח בנקודת שיווי המשקל.
- רוצים למצוא מתי מתקבל

$$\max_{Q=q_1+q_2}\left[a-bQ^2-cQ\right]$$

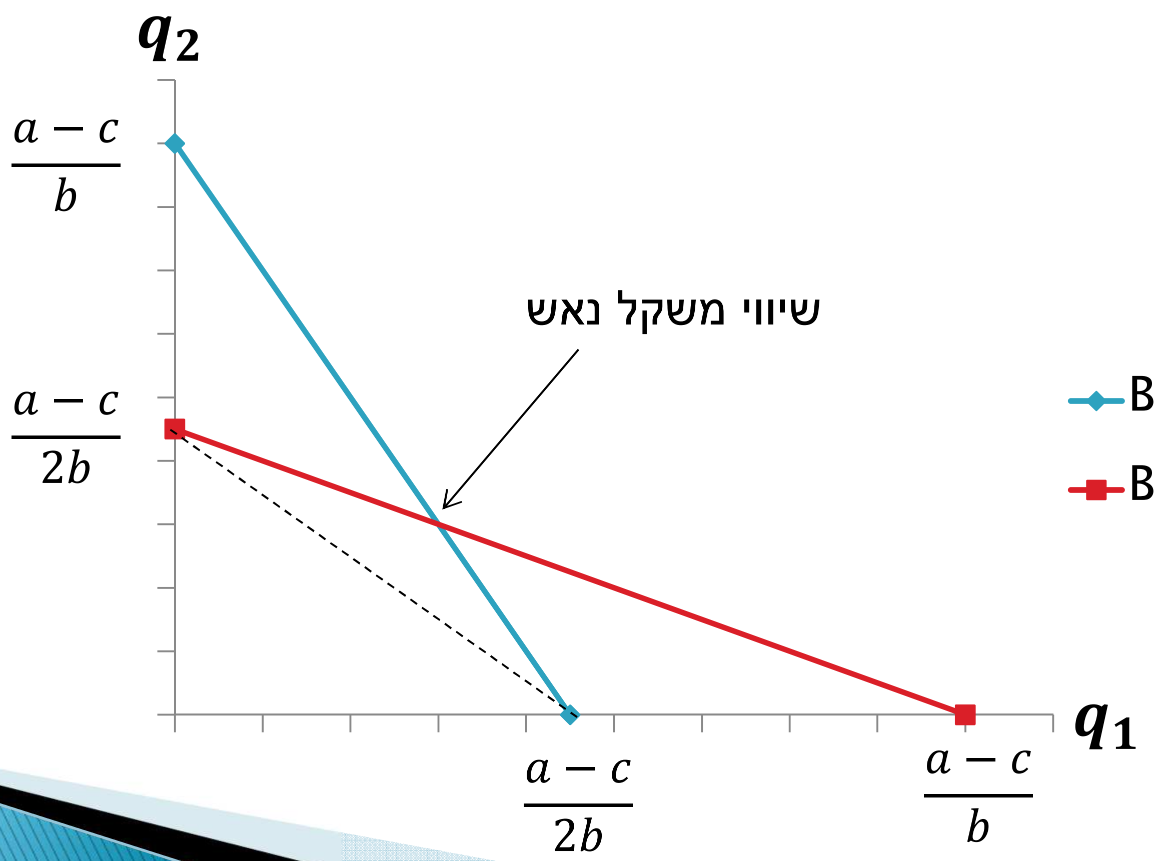
- נשווה את הנגזרת ל 0, ונקבל

$$Q=\frac{a-c}{2b}$$

- אם נציב בחזרה בנוסחת התועלת המשותפת, נקבל

רווח מקסימלי משותף

- אם כך הרווח המקסימלי המשותף מתקבל על הישר המחבר בין שתי נקודות המונופול:

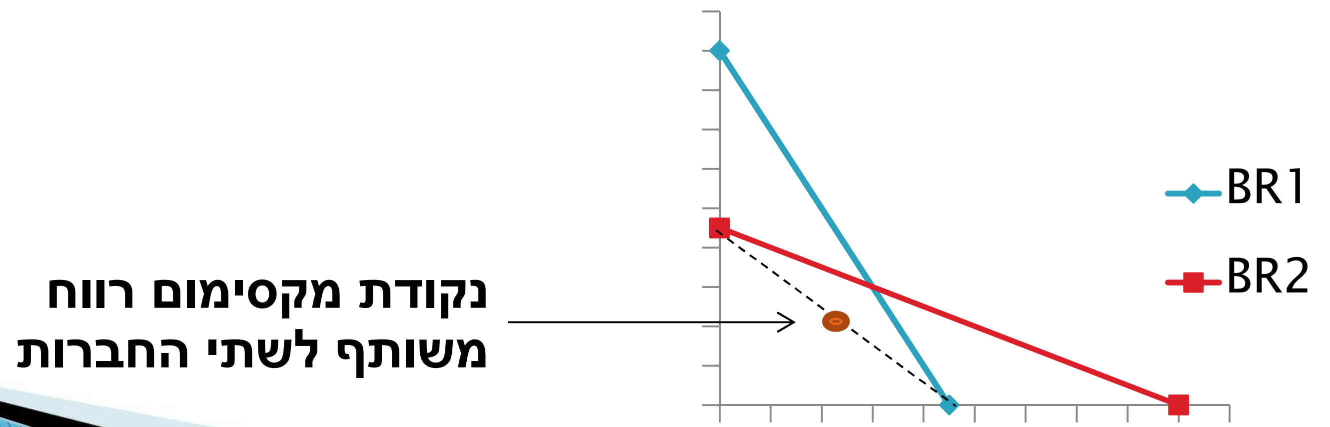


רווח מקסימלי משותף

- חלוקה הוגנת של הרווחים המקסימליים מתקבלת כאשר $q_1 = q_2$. לכן נקבל שבנקודה הנקבעת ע"י

$$q_1 = q_2 = \frac{a-c}{4b}$$

הרווח המשותף יהיה מקסימלי, ושתי החברות יהנו מאותם רווחים.



האם מודל קורנו הוא טוב עבור החברות?

- הרווח בנקודת שיווי המשקל הוא:

$$u_1\left(\frac{a-c}{3b},\frac{a-c}{3b}\right)=\frac{(a-c)^2}{9b}$$

- ואילו בנקודת הרווח המשותף המקסימלי הרווח הוא:

$$u_1\left(\frac{a-c}{4b},\frac{a-c}{4b}\right)=\frac{(a-c)^2}{8b}$$

- שלא במפתיע, מקבלים בדיוק חצי מהרווח במונופול.

שיתוף פעולה בין החברות?

- מה ייקרה אם שתי החברות יתאמו ביניהן לייצר לפי נקודת השווי המשותף המקסימלי?
- לכל אחת מהחברות יש אינטרס לרמות את החברה השניה, ולייצר יותר על מנת למקסם את הרווחים.

- בסופו של דבר נתכנס חזרה לנקודת שיווי המשקל

שיתוף פעולה בין החברות

- האם החברות יכולות לחתום ביניהן על חוזה חוקי המחייב אותן לפעול לפי נקודת הרווח המקסימלית?

- לא. התאגדות כזאת נקראת ***קרטל*** והיא אינה חוקית.

- בכל מקרה קרטל אינו יעיל לאורך זמן. מדוע?
  - למתחרה חדש כדאי להכנס לשוק.

סיכום מודל קורנו

	תחרות משוכללת	דואופול קורנו	מונופול
רווח אינדיבידואלי לחברות	0	$\frac{(a-c)^2}{9b}$	$\frac{(a-c)^2}{4b}$
כמות תוצר כללית	$\frac{a-c}{b}$	$\frac{2(a-c)}{3b}$	$\frac{a-c}{2b}$
עלות מוצר לצרכן	c	$\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}c$	$\frac{a+c}{2}$

מודל ברטרנד

- מודלים שונים של תחרות עסקית נותנים תוצאות שונות.
- נראה כעת מודל הנקרא ***מודל ברטרנד*** ונראה ששיווי המשקל בו שונה משיווי המשקל במודל קורנו.
- במודל ברטרנד החברות המתחרות קובעות את מחיר המוצר, ולא את הכמויות המיוצרות.
- כמו קודם, שתי החברות מייצרות מוצר זהה.
- $MC = c$
- האסטרטגיות הן p_1, p_2 - המחיר שכל חברה קובעת למוצר שלה.
- ננרמל את המחירים כך ש $0 \le p_i \le 1$.
- כמויות הייצור נקבעות ע"פ הביקוש.

עקומת הביקוש

- במשחק הזה, אם המוצר של חברה 1 זול יותר, אזי כולם ייִרצו לקנות רק מחברה 1, ולכן היא תשלוט בשוק.

$$q_1 = \begin{cases} 1 - p_1 & p_1 < p_2 \\ 0 & p_1 > p_2 \\ \dfrac{1 - p_1}{2} & p_1 = p_2 \end{cases}$$

- מכאן נקבל שהתועלת של חברה 1 תהיה:

$$u_1(p_1, p_2) = q_1 p_1 - q_1 c = q_1(p_1 - c)$$

שיווי משקל נאש במודל ברטרנד

- הבעיה במודל של ברטרנד שפונקציות התועלת אינן רציפות, ואי לכך לא ניתן למצוא את נקודת שיווי המשקל בעזרת אינפי.

$$BR_1(\mathrm{p}_2) = \begin{cases} p_1 > p_2 & p_2 < c \\ p_1 - \epsilon & c < p_2 \le p^{\text{mon}} \\ p^{\text{mon}} & p_2 > p^{\text{mon}} \\ p_1 \ge c & p_2 = c \end{cases}$$

- למרות שהפונקציה מסובכת, למעשה לא קשה לנחש מהי נקודת שיווי המשקל.

$$NE = (c, c)$$

מסקנות ממודל ברטרנד

- במודל בו התחרות היא על המחירים, מספיקות 2 חברות כדי להגיע לתוצאה של תחרות משוכללת.
- החברות לא ימשיכו מחירים עד ל 0, אלא יתייצבו סביב העלות השולית.
- מודלים שונים לאותה תחרות עסקית יכולים להביא לתוצאות שונות בצורה מהותית.
- קיים פתרון: לשפר את המודל כדי שיהיה יותר מציאותי.

מודל ברטרנד עם מוצרים מגוונים

- ברוב התחרויות העסקיות המוצרים המתחרים אינם זהים. לדוגמה: פפסי מול קולה, פורד מול שברולט, וכו.
- לרוב צרכנים ייקנו מוצר שהם "אוהבים יותר" למרות שמחירו קצת גבוה יותר ממחיר המתחרים.
- נגדיר אם כך עקומות ביקוש שמתאימות למודל עם מוצרים מגוונים:

$$q_i(p_1,p_2)=1-p_i-\left(p_i-\frac{p_1+p_2}{2}\right)$$

שיעורי בית

- הסבירו מדוע פונקציות הביקוש הנ"ל משקפות בצורה יותר מציאותית מודל ברטרנד עם מוצרים מגוונים.
- מצאו שיווי משקל נאש במשחק המעודכן, והשוו אותו עם מונופול ותחרות משוכללת.
- האם משחק זה מזכיר לכם משחק אחר שראיתם (בשיעור או בש"ב)?