

אלגברה לינארית למהנדסים – תרגיל בית 2

תאריך הגשה: 18.04.2017

פתרון מערכת משוואות לינאריות

שאלה 1

רשמו בכתיב מטריצות ופתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \\ 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 2 \end{array} \right. \quad \text{ב.} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{array} \right. \quad \text{א.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 + 2x_6 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 + x_6 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 - 9x_4 + 4x_5 + 3x_6 = 9 \end{array} \right. \quad \text{ג.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 2x_5 = 2 \\ 2x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_4 - x_5 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 6x_5 = 6 \end{array} \right. \quad \text{ד.}$$

שאלה 2

מצאו עבור אלו ערכים של הפרמטר k יש :

1. פתרון יחיד

2. אינסוף פתרונות

3. אף פתרון

במקרים 1,2 יש לרשום במסודר את אוסף הפתרונות.

$$\left\{ \begin{array}{l} kx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + kx_2 + x_3 + x_4 = k \\ x_1 + x_2 + kx_3 + x_4 = k+1 \end{array} \right. \quad \text{ב.} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 3x_3 = -3 \\ 2x_1 + kx_2 - x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + kx_3 = 1 \end{array} \right. \quad \text{א.}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 + (2-k)x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + (k+3)x_4 = k^2 \end{array} \right. \quad \text{ג.}$$

שאלה 3

א. האם קיימת מערכת ליניארית שיש לה שני פתרונות בדיוק? נמקו.

ב. האם קיימת מערכת ליניארית של שתי משוואות וארבעה נעלמים כך שאוסף הפתרונות שלה הוא

$$S = \{2a-4, 4-7a, 8, a\}^t : a \in \mathbb{R}$$

ג. האם קיימת מערכת ליניארית של שתי משוואות וארבעה נעלמים כך שאוסף הפתרונות שלה הוא

$$S = \{(2b-4, 3+4a-7b, b, a)\}^t : a, b \in \mathbb{R}$$

ד. האם קיימת מערכת ליניארית של שתי משוואות וארבעה נעלמים כך שאוסף הפתרונות שלה הוא

$$S = \{(2b+a+c-4, c, b, a)\}^t : a, b, c \in \mathbb{R}$$

ה. נתון ש $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ הוא פתרון של מערכת ליניארית מסוימת

(א) כמה משתנים יש במערכת?
(ב) כמה משוואות יש במערכת?
אם אי אפשר לתת תשובה חד משמעית לאחת השאלות, הסבירו מדוע.

ו. נתון ש $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ הוא הפתרון היחיד של מערכת ליניארית מסוימת

(א) כמה משתנים יש במערכת?
(ב) כמה משוואות יש במערכת?
אם אי אפשר לתת תשובה חד משמעית לאחת השאלות, הסבירו מדוע.

שאלה 4

פתרו את מערכת המשוואות הבאות מעל הרציונליים:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

שאלה 5

מצאו את כל המספרים הממשיים c כך שלמערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + cy + 3z = 2 \\ 2x + 3y + cz = 3 \end{cases}$$

א. קיים פתרון יחיד מעל הממשיים.
ב. לא קיים פתרון מעל הממשיים.
ג. קיימים אינסוף פתרונות מעל הממשיים.

שאלה 6

נתונה מערכת משוואות המיוצגת במטריצה. חלק מהערכים לא ידועים ומסומנים

ב a_1, \dots, a_9

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & a_1 & a_2 & 0 & a_3 & 0 \\ a_4 & 0 & a_5 & 2 & a_6 & 0 \\ a_7 & 0 & a_8 & 0 & a_9 & 0 \end{array} \right)$$

- א. נתון שמטריצת המקדמים מדורגת. איזה ערכים לא ידועים זה מאפשר למצוא ומה הם? (רמז: יש 3 כאלה)
- ב. נתון שמטריצת המקדמים מדורגת קנונית. איזה ערכים זה מאפשר למצוא ומה הם? (רמז: יש עוד שניים שאפשר לקבוע).
- ג. אם בנוסף נתון שיש 2 משתנים חופשיים. איזה ערכים זה מאפשר למצוא ומה הם? (רמז: נשאר רק ערך אחד שלא ניתן לקבוע).
- ד. מצאו את הפתרון הכללי של המערכת (עם תלות באיבר הלא ידוע שנשאר).