# אלגברה מופשטת 1, תרגיל בית 6

*מתרגלים: סולי וישקאוצן ואדם צ'פמן. להגשה ב18.12 או ב21.12 בהתאם לשיעור התרגיל.*

1) תהי $G$ חבורה (לא אבלית). תהי $A$ קבוצת כל האיברים מסדר סופי.
   a. הוכיחו כי אם $A$ תת-חבורה אזי היא נורמלית.
   b. הוכיחו כי התת-חבורה הנוצרת ע"י כל האיברים מסדר סופי היא נורמלית.

2) הראו ש- $\langle g \rangle \leq G$ היא תת-חבורה נורמלית אם ורק אם $hgh^{-1} \in \langle g \rangle$ לכל $h \in G$.

3) תהי $G = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid a > 0\}$ עם הפעולה $(a,b) * (c,d) = (ac, ad+b)$. הראו ש $K = \{(a,0) \mid a > 0\}$ היא תת-חבורה אבל אינה נורמלית.

4) הראו שאם $H, K \leq G$ וגם $[G:K] < \infty$ ($K$ ת"ח מאינדקס סופי) אזי $[H : H \cap K] \leq [G:K]$, כלומר גם $[H : H \cap K] < \infty$. (רמז: בנו פונקציה חח"ע מקבוצת המחלקות השמאליות של $H \cap K$ ב $H$, לקבוצת המחלקות השמאליות של $K$ ב $G$).

5) הראו שאם $H, K \leq G$ $[G:K] < \infty$ וגם $[G:H] < \infty$ אזי $[G : H \cap K] < \infty$. (רמז: השתמשו בשאלה 4, ובמשפטים לגבי האינדקס שראיתם בשיעור/תרגול).