

## אינפי' 1 תשע"ט

### פתרון תרגיל 1

- פתחו סוגריים ופשטו ככל הניתן:

$$1. (x - y^2)^6$$

$$(x - y^2)^6 = x^6 - 6x^5y^2 + 15x^4y^4 - 20x^3y^6 + 15x^2y^8 - 6xy^{10} + y^{12}$$

$$2. (x^2 + 3)^6$$

$$(x^2 + 3)^6 = x^{12} + 18x^{10} + 135x^8 + 540x^6 + 1215x^4 + 1458x^2 + 729$$

$$3. \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)^5$$

$$\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right)^5 = \frac{401}{32} + \frac{149}{16}\sqrt{2}$$

$$4. \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^6$$

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^6 = x^3 - 6x^{3/2} + 15 - 20x^{-3/2} + 15x^{-3} - 6x^{-9/2} + x^{-6}$$

- מהו המקדם של  $a^7$  בביטוי  $\left(\frac{3}{4}\sqrt[3]{a^2} + \frac{2}{3}\sqrt{a}\right)^{12}$ ?

בשביל לחסוך קצת עבודה ניתן לגשת לתרגיל ככה: לפי נוסחת הבינום,

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4}\sqrt[3]{a^2} + \frac{2}{3}\sqrt{a}\right)^{12} &= \sum_{k=0}^{12} \binom{12}{k} \left(\frac{3}{4}a^{\frac{2}{3}}\right)^k \left(\frac{2}{3}a^{\frac{1}{2}}\right)^{12-k} = \sum_{k=0}^{12} \binom{12}{k} \left(\frac{3}{4}\right)^k a^{\frac{2k}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^{12-k} a^{6-\frac{k}{2}} \\ &= \sum_{k=0}^{12} \binom{12}{k} \left(\frac{3}{4}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{12-k} a^{\frac{2k}{3}+6-\frac{k}{2}} \end{aligned}$$

אנחנו מחפשים את המקדם של  $a^7$  כלומר נמצא עבור איזה  $k$  מתקיים  $7 = \frac{2k}{3} + 6 - \frac{k}{2}$ : פתרון המשוואה נותן  $k=6$

כלומר המקדם מתקבל מההצבה של  $k=6$  ב-  $\binom{12}{k} \left(\frac{3}{4}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{12-k}$  (להציב במחשבון).

- מהו המספר החופשי המתקבל לאחר פתיחת הסוגריים ב- $(x^3 - \frac{1}{x^3})^8$ ?

באותו האופן כמו בתרגיל לעיל נקבל שהמספר החופשי הוא 70.

- רישמו את הביטוי הבא בצורה שהיא ללא שבר (ופשטו):  $\frac{4-x}{2-\sqrt{x}}$

$$\frac{4-x}{2-\sqrt{x}} = \frac{(4-x)(2-\sqrt{x})}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} = \frac{(4-x)(2-\sqrt{x})}{4-x} = 2-\sqrt{x}$$

(עבור  $x \neq 4$ )

- רישמו את הביטוי הבא ללא שורש במכנה (ופשטו):  $\frac{4-x}{x-\sqrt{3x+4}}$

$$\begin{aligned} \frac{4-x}{x-\sqrt{3x+4}} &= \frac{(4-x)(x+\sqrt{3x+4})}{(x-\sqrt{3x+4})(x+\sqrt{3x+4})} = \frac{(4-x)(x+\sqrt{3x+4})}{x^2-3x-4} = \frac{(4-x)(x+\sqrt{3x+4})}{x^2-3x-4} = \\ &= \frac{(4-x)(x+\sqrt{3x+4})}{(x-4)(x+1)} = \frac{-(x+\sqrt{3x+4})}{(x+1)} \end{aligned}$$

(עבור  $x \neq 4$ )

- רישמו את הביטוי הבא ללא שורש במכנה (ופשטו):  $\frac{x}{\sqrt[3]{x+1}-1}$

$$\begin{aligned} \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}-1} &= \frac{x((x+1)^{2/3} + (x+1)^{1/3} + 1)}{((x+1)^{1/3}-1)((x+1)^{2/3} + (x+1)^{1/3} + 1)} = \frac{x((x+1)^{2/3} + (x+1)^{1/3} + 1)}{x} \\ &= (x+1)^{2/3} + (x+1)^{1/3} + 1 \end{aligned}$$

(עבור  $x \neq 0$ )

- פשטו:

$$\frac{32x^2-2}{(1-4x)(2x-7)} \quad \text{א.}$$

$$\frac{32x^2-2}{(1-4x)(2x-7)} = \frac{2(4x-1)(4x+1)}{(1-4x)(2x-7)} = \frac{-2(4x+1)}{2x-7}$$

(הפתרון נכון עבור ת"ה  $x \neq \frac{1}{4}$ )

$$\frac{-4x^2+4x+4}{x^2+2x-3} + \frac{5x-6}{x-1} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{-4x^2+4x+4}{x^2+2x-3} + \frac{5x-6}{x-1} = \frac{-4x^2+4x+4}{(x-1)(x+3)} + \frac{5x-6}{x-1} = \frac{x+14}{x+3}$$

(הפתרון נכון עבור ת"ה  $x \neq 1$ )

$$\frac{x^2y^2-1}{xy+1} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{x^2y^2-1}{xy+1} = \frac{(xy-1)(xy+1)}{xy+1} = xy-1$$

(עבור  $xy \neq -1$ )

$$\frac{5a^2-16a+12}{5a^3-a^2-6a} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{5a^2-16a+12}{5a^3-a^2-6a} = \frac{(a-2)(5a-6)}{a(5a^2-a-6)} = \frac{(a-2)(5a-6)}{a(a+1)(5a-6)} = \frac{a-2}{a(a+1)}$$

(עבור  $5a-6 \neq 0$ )

$$\frac{3^{n-1}+3^{n-2}}{3^{n-3}} \quad \text{ה.}$$

$$\frac{3^{n-1}+3^{n-2}}{3^{n-3}} = \frac{3^{n-3}(9+3)}{3^{n-3}} = 12$$