

פתרון תרגיל 10

1. א. נסמן $h=x-a$ ואז זה ברור לשני הכיוונים (נובע מהגדרת הגבול).
 ב. ראינו בתרגול ש- $\lim_{\theta \rightarrow 0} \sin \theta = 0$ נראה שגם $\lim_{\theta \rightarrow 0} \sin \frac{\theta}{2} = 0$ (הוכחה דומה):
 מספיק להראות עבור $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ מתקיים $|\sin \frac{\theta}{2}| \leq \frac{|\theta|}{2}$ ולכן מתקיים
 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \cos \theta = \lim_{\theta \rightarrow 0} (1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) = 1$ נשים לב ש: $\lim_{\theta \rightarrow 0} \sin \frac{\theta}{2} = 0$
2. תהי $\{x_n\}$ סדרה כך ש- $x_n < 0 \leftarrow 0$ אזי:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(-x_n) = L \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = L \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$$

השוויון הכי שמאלי נובע מכך שהפונקציה זוגית.

השוויון השני נובע מכך שאם $\{x_n\}$ שלילית, אז $\{-x_n\}$ חיובית.