



# הפרספטרון

## למידה אקראית בהשראת המוח

טיוטה

ד"ר ארז שיינר

### מבוסס על המאמר:

Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*, 65(6), 386–408.

## הסיפור הבסיסי

יש לנו אוסף תמונות המסווגות למחלקות (למשל תמונות של ספרות, ולכל תמונה נתונה הספרה שמופיעה בה). הפרספטרון לומד מהמאגר הזה, ולאחר הלמידה הוא אמור לזהות לבד, בהנתן תמונה, איזו ספרה מופיעה בה.

## 1 שכבת הקלט, הרשתית

### הגדרה 1 שכבת הקלט (Retina)

כל תמונה היא בגודל  $n \times k$ , וכל פיקסל בתמונה הוא ערך בינארי, ואנחנו הופכים אותה לוקטור

$$S \in \{0, 1\}^{N_S}$$

באשר שמים שורה אחרי שורה מהתמונה, ולכן  $N_S = n \cdot k$ .

## 2 שכבת האסוציאציה

### הגדרה 2 שכבת האסוציאציה (Association layer)

אנחנו מייצרים שכבת אסוציאציה, או שכבת נוירונים,  $A \in \{0, 1\}^{N_A}$ , באופן הבא:

(א) נבחר קבוע מספר קשרים  $N_S \geq N_C \in \mathbb{N}$ .

(ב) לכל רכיב  $1 \leq a \leq N_A$  נבחרים באקראי  $\{i_1(a), \dots, i_{N_C}(a)\}$  אינדקסים, ולכל אינדקס נבחר סימן  $\text{sign}(i_p, a) \in \{-1, 1\}$ .

(ג) נבחר קבוע סף  $\theta$  שאם מגיעים אליו ה"נוירון" נדלק, ובהנתן קלט  $S$  נחשב את  $A$ :

$$A(a) = \begin{cases} 1 & \theta \leq \sum_{p=1}^{N_C} \text{sign}(i_p, a) S(i_p(a)) \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

במילים: כל נוירון יכול להיות מגורה או מדוכא ע"י  $N_C$  פיקסלים מהתמונה הבינארית, ובסוף הוא נדלק או נשאר כבוי.

## 3 שכבת הפלט ולמידת המשקלים

### הגדרה 3 שכבת הפלט (Response)

מוגדרות  $N_R$  מחלקות, כך שכל תמונה אמורה להיות מסווגת למחלקה אחת. הפרספטרון לומד מטריצת משקלים

$$V \in \mathbb{R}^{N_R \times N_A}.$$

### שיטה 4 הלמידה

לכל קלט  $S$  בסדרת האימון:

- מחשבים את שכבת הנוירונים  $A$ ;
- מחשבים את וקטור המחלקות  $R = V \cdot A \in \mathbb{R}^{N_R}$ ;
- בוחרים את האינדקס של הערך המקסימלי של הוקטור  $R$ ,  $c = \text{argmax}(R)$ ;
- האינדקס  $c$  הוא המחלקה שהפרספטרון סיווג את התמונה אליה;
- אם מדובר במחלקה הנכונה, אנחנו לא עושים כלום ועוברים לקלט הבא;
- אם מדובר בטעות בזיהוי, מבצעים תיקון של מטריצת המשקלים (שיטה 5).

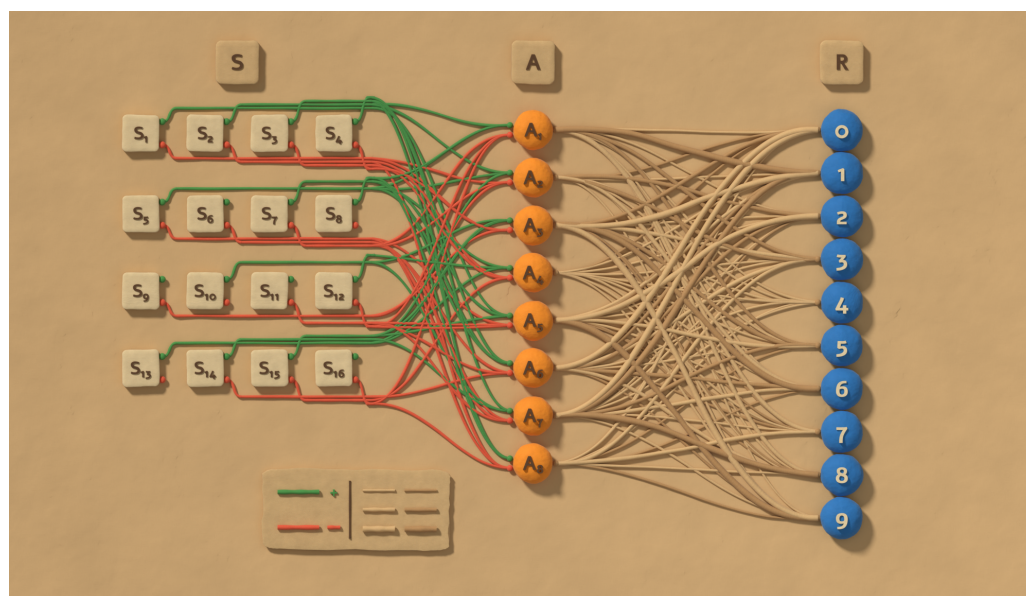
**שיטה 5** תיקון מטריצת המשקלים

נתון קבוע למידה  $\eta > 0$ . נסמן ב- $d$  את המחלקה הנכונה, וב- $c$  כאמור את המחלקה שבחר הפרספטרון. לכל  $a \leq N_A$ , אם  $A(a) = 1$  אז מוסיפים ל- $V_{da}$  את  $\eta$  ומחסרים מ- $V_{ca}$  את  $\eta$ . במילים: רואים אילו נוירונים נדלקו מהתמונה, מעלים את המשקלים שלהם ביחס למחלקה הנכונה, ומורידים את המשקלים שמחברים אותם למחלקה שזוהתה בטעות.

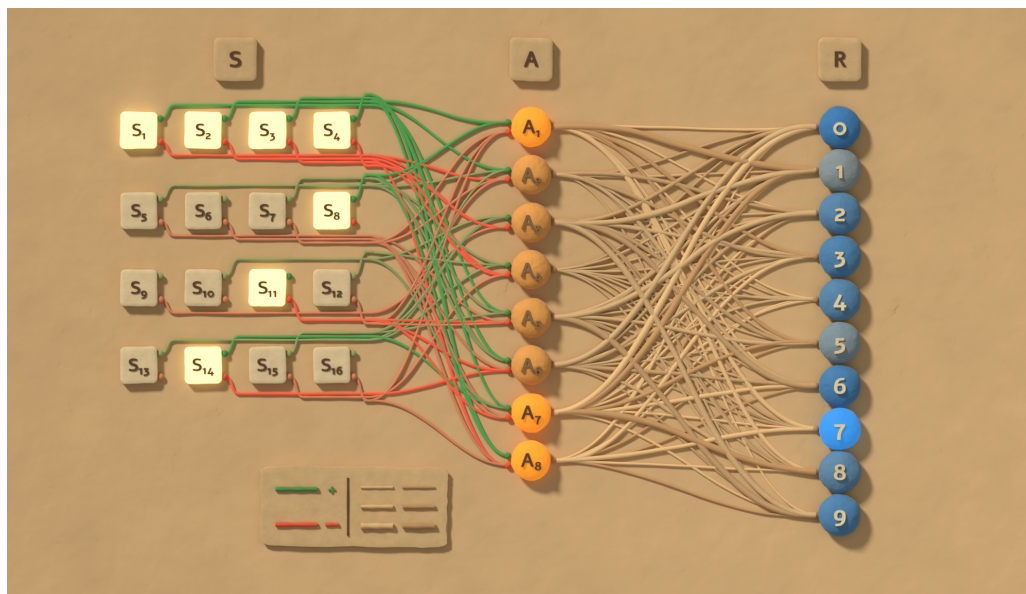
בסוף הריצה על כל הקלטים הנתונים, אנו נותרים עם מטריצת משקלים מעודכנת.

**4 הסיווג**

תהליך הסיווג עצמו זהה ללמידה, פרט לכך שאין תיקון נוסף של המשקלים (הרי בזמן השימוש בפרספטרון הסיווג האמיתי של הקלט אינו ידוע).



שלוש השכבות. הרשתית  $S$  היא  $4 \times 4$  פיקסלים ( $N_S = 16$ ). כל אחד משמונת הנוירונים של שכבת האסוציאציה  $A$  מחובר ל- $N_C = 6$  פיקסלים שנבחרו באקראי: שלושה מעוררים (ירוק,  $\text{sign} = +1$ ) ושלושה מעכבים (אדום,  $\text{sign} = -1$ ), והסף הוא  $\theta = 1$ . בשכבת הפלט  $R$  כל נוירון מחובר לכל עשר המחלקות; עובי החבל הוא  $|V_{ca}|$ , חבל בהיר למשקל חיובי וכהה לשלילי. המשקלים שבאיור אינם מצוירים אלא אומנו בשיטה 5 על עשר תבניות של הספרות.



אותה רשת כאשר הרשתית רואה את הספרה 7 (הפיקסלים  $S_1$  עד  $S_4$ ,  $S_8$ ,  $S_{11}$ ,  $S_{14}$  דולקים). קשרים שיוצאים מפיקסל כבוי אינם מעבירים דבר ומצוירים דהויים. נוירון נדלק כאשר סכום הסימנים של הפיקסלים הדולקים שלו מגיע ל- $\theta$ : כאן  $A_1$ ,  $A_7$  ו- $A_8$ . בשכבה  $R$  הבהירות של כל מחלקה היא הערך  $R(c) = \sum_a V_{ca}A(a)$ ; המקסימום הוא  $R(7) = 5$ , אחריו  $R(0) = 3$ , והפרספטון עונה 7.