

אלגברה לינארית 1 למדמ"ח, 89-112, בוחן תשפ"ב

י"ח בכסלו ה'תשפ"ב, 22.11.2021

מרצה: עדי בן צבי.

מתרגלים: אריאל ויצמן, רועי חסון, כנה נהיר, אלעד עטייא, הראל רוזנפלד.

- מבנה הבוחן וניקוד: יש לענות על כל השאלות. כל סעיף שווה 21 נק'. לא ניתן לקבל מעל 100 נק' בבוחן.
- הקפידו על סדר וניקיון.
- משך הבוחן: 90 דקות.
- חומר עזר: אין.
- נמקו היטב את תשובותיכם!

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1. נתונה מערכת משוואות מעל \mathbb{R} :

$$\begin{cases} x + y - z & = 1 \\ 3x - 7y + (a^2 + 1)z & = a^2 - 1 \\ 4x - 6y + (a + 2)z & = 4 \end{cases}$$

(א) לאילו ערכים של $a \in \mathbb{R}$ למערכת אין פתרון/ יש פתרון יחיד/ יש אינסוף פתרונות? הוכיחו את תשובתכם.

(ב) לאילו ערכים של $a \in \mathbb{R}$ הוקטור $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ מהווה פתרון יחיד למערכת?

2. נתונה מטריצה $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$.

(א) נתון שבצורה המדורגת של A ישנו משתנה חופשי אחד. הוכיחו שלכל $b \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ מתקיים: למערכת $Ax = b$ יש אינסוף פתרונות.

(ב) בנוסף לנתון בסעיף הקודם, נתון:

$$A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -4 \\ -2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -9 \\ 0 & 4 & 21 \\ 0 & -7 & -13 \\ 0 & 6 & -6 \end{pmatrix}$$

מצאו את קבוצת הפתרונות של המערכת $Ax = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$. הוכיחו את תשובתכם.

3. תהינה $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצות. נתון: A סימטרית, B אנטי-סימטרית. הוכיחו: $tr(AB) = 0$