

מבחן מועד ב' – מבוא לאנליזה 1 למורים – 88-611 – 28/02/23

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{3x}-1)x}{1-\cos(5x)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x - 1$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n+n^2}$

2. נביט בפונקציה $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$

א. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x=0$?

ב. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ גזירה ב $x=0$? מהי $f'(0)$ במקרים אלה?

3. תהי סדרה המקיימת את כלל הנסיגה $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$ לכל n , וכן $a_1 = 1$.

א. הוכיחו כי הסדרה a_n עולה.

ב. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

4. יהי $a \in \mathbb{R}$ ונביט בפונקציה $f(x) = \frac{e^{ax}}{e^x+1}$.

א. הוכיחו כי אם $a > 1$ או $a < 0$ אזי לפונקציה אין נקודת קיצון מקומי.

ב. מצאו את הערך של a , בהנחה שלפונקציה יש נקודת קיצון מקומי ב $x = 0$.

5. תהי f הגזירה בכל הממשיים.

א. הוכיחו או הפריכו: אם $f'(x)$ חיובית בכל הממשיים, אזי $\frac{1}{f(x)}$ יורדת בכל הממשיים.

ב. הוכיחו או הפריכו: אם $f'(x)$ חיובית בכל הממשיים, אזי $f(-2x + 1)$ יורדת בכל הממשיים.