

## תורת הגרפים - סמסטר ב תשס"ט תרגיל מספר 1

1. א. יהי  $k$  מספר אי זוגי. הוכח : קיים גרף  $k$ -רגולרי מסדר  $n$  אם ורק אם  $n$  זוגי.  
ב. תן 3 דגמאות לגרפים 3 רגולריים מסדר 10. הראה שאינם איזומורפיים.
2. יהיו  $v$  ו- $u$  שני קדקדים בגרף. הראה קיים הילוך מ- $v$  ל- $u$  אם ורק אם קיימת מסילה מ- $v$  ל- $u$ .
3. הראה : העובדות הבאות שקולות :  $G(1)$  עץ.  
 $G(2)$  גרף מקסימלי ללא מעגלים (ז.א.  $G$  גרף ללא מעגלים, והוספת צלע כלשהי תיצור מעגל)
4. א. יהי  $G$  גרף פשוט מסדר  $< 1$ . הראה : יש שני קדקדים ב- $G$  עם דרגה זהה.  
ב. (בונוס) מצא את הגרפים הפשוטים בהם יש בדיוק שני קדקדים עם דרגה זהה (ולא יותר).
5. הוכח : יש 4 גרפים פשוטים מסדר 3 (עד כדי איזומורפיזם).  
כמה גרפים פשוטים מסדר 4 יש (עד כדי איזומורפיזם) ?
6. כתוב אלגוריתם : (א) לבדיקת קשירות של גרף נתון. (ב) למציאת עץ פורש לגרף נתון. הוכח שהאלגוריתם ממלא את תפקידו.
7. הוכח : אם גרף  $G$  אינו קשיר אז הגרף המשלים של  $G$  קשיר.
8. הוכח : גרף  $G$  הוא קשיר אם ורק אם  $G$  אינו איחוד זר של גרפים.