

בוחר במבוא לתורת החבורות 88-211 סמסטר א' תש"ף

מתרגל: גלעד פורת קורן.

הוראות נא לכתוב בעט כחול או שחור.
כתבו שם מלא ומספר ת"ז.
יש לענות על כל השאלות פתרון מלא ומנומק.
משך הבוחן: 90 דקות.
ציון מקסימלי: 100.
אין חומר עזר.

שאלה 1. (35 נק') תהי $\sigma = (15)(12)(19) \in S_9$.

- מהם הסימן, הסדר וההופכית של σ ?
- מצאו את $\langle \sigma \rangle$. האם זו ת"ח נורמלית של S_9 ?
- תהי H ת"ח לא נורמלית של חבורה G מסדר 34. מהו הסדר של H ? (אין קשר לסעיפים הקודמים)

שאלה 2. (35 נק') תהי $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \vee b \neq 0 \right\}$ עם פעולת כפל מטריצות.

- הוכיחו כי $H \leq GL_2(\mathbb{R})$.
- הוכיחו כי $H \cong \mathbb{C}^*$.
- כמה איברים מסדר 4 יש ב- H ? מצאו את כולם.
- (בנוס 10 נק') מצאו אוטומורפיזם לא טריוויאלי (כלומר: לא הזהות) של H . מה הוא עושה לאיברים המתאימים ב- \mathbb{C}^* ?

שאלה 3. (35 נק') תהי G חבורה אבלית, ויהי T אוסף האיברים מסדר סופי ב- G .

- הוכיחו כי $T \triangleleft G$ (ניתן להסתמך על כך ש- $T \leq G$, הוכחתם זאת בתרגיל בית).
- מהו $[G : T]$ אם G סופית? נמקו היטב.
- הוכיחו כי איבר היחידה בחבורת המנה G/T הוא האיבר היחיד בה מסדר סופי.
- הוכיחו / הפריכו: $\mathbb{Q}/\mathbb{Z} \cong \mathbb{Q}$.

בהצלחה!