

# תרגיל מס 1 - אינפי 4 תשע"ח

7 במרץ 2018

## 1 אורכי עקומות

1. מצאו את אורכים של העקומות הבאות:

(א) הספירלה  $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ ,  $t \in [0, \pi]$

(ב) הציקלואידה  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$  (רמז: תנסו לחכות את הקואורדינטות הקוטביות...)

(ג) העקומה המתקבלת מחיתוך ספירת היחידה  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  והמישור

$$x + y = 1$$

2. נזכר שספירת היחידה היא התמונה של הפונקציה

$$(x, y, z) = (\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi)$$

$$\theta \in [0, 2\pi], \phi \in [0, \pi]$$

תהי  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$  עקומה שתמונתה מוכלת ספירת היחידה כך שמתקיים  $\theta = \theta(t)$  ו  $\phi = \phi(t)$  בהצגה של ספירה שהזכרנו, כלומר  $\theta$  ו  $\phi$  תלויים בפרמטר  $t$ . הוכיחו כי מתקיים

$$L(\gamma) = \int_a^b \sqrt{(\phi'(t))^2 + \sin^2(\phi(t)) \cdot (\theta'(t))^2}$$