

המשך פיתרון תרגיל מספר 4

תשובה 8:

עשינו שאלה דומה בכיתה:

$$P(X = 0 | X + Y = 3) = \frac{\binom{10}{0} q^{10} \binom{5}{3} p^3 q^2}{\binom{15}{3} p^3 q^{12}} = \frac{\binom{10}{0} \binom{5}{3}}{\binom{15}{3}}$$

$$P(X = 1 | X + Y = 3) = \frac{\binom{10}{1} p q^9 \binom{5}{2} p^2 q^3}{\binom{15}{3} p^3 q^{12}} = \frac{\binom{10}{1} \binom{5}{2}}{\binom{15}{3}}$$

באופן דומה ניתן לחשב את ההסתברויות ש X מקבל את הערכים 2 ו 3.

באופן כללי:

$$P(X = x | X + Y = 3) = \frac{\binom{10}{x} p^x q^{10-x} \binom{5}{3-x} p^{3-x} q^{5-(3-x)}}{\binom{15}{3} p^3 q^{12}} = \frac{\binom{10}{x} \binom{5}{3-x}}{\binom{15}{3}}$$

תשובה 9:

- א. $X \sim \text{Bin}(n, 0.5)$ בינומית לכן
 $E(X) = n \cdot 0.5, \text{Var}(X) = n \cdot 0.5 \cdot (1 - 0.5) = n \cdot 0.25$
 Y הינו בסיכוי 0.5 מספר הראשים שמתפלג $\text{Bin}(n, 0.5)$ ובסיכוי 0.5 מספר הזנבות שמתפלג $\text{Bin}(n, 0.5)$ לכן Y מתפלג בינומית $\sim \text{Bin}(n, 0.5)$.
- ב. נמצא את התוחלת של המשתנה המקרי XY בהסתברות 0.5 הוא X^2 שכן בהסתברות 0.5 $Y = X$ ובהסתברות 0.5 הוא $X(n - X)$ לכן מתכונת הליניאריות של התוחלת מקבלים שתוחלתו: $E(XY) = 0.5 \cdot E(X^2) + 0.5 \cdot E(nX - X^2) = 0.5 \cdot n \cdot E(X)$. מכאן נקבל ש $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0.5 \cdot n \cdot E(X) - E(X)^2 = 0$.
- ג. עבור $n > 1$ אם $X = 0$ אזי Y לא יכול לקבל ערך השונה מאפס או n . לכן עבור כל ערכי הביניים של Y ההסתברות המשותפת היא 0 למרות שכ"א מההסתברויות השוליות שונה מאפס.

עבור $n = 1$

	Y=0	Y=1	
X=0	0.25	0.25	0.5
X=1	0.25	0.25	0.5
	0.5	0.5	

לכן במקרה זה הם בלתי תלויים.