

### שאלה 1 (20")

מצא עבור אילו ערכים ממשיים של  $k$  למערכת משוואות ליניאריות:

$$\begin{cases} x - 2kz = 1 \\ 2x + y - z = 3 - 2k^2 \\ 4x + 3y + (4k - 3)z = -6k^2 + 7 \\ kx + y - (4 + k)z = 0 \end{cases}$$

(1) אינסוף פתרונות; (2) אין פתרון; (3) פתרון יחיד.

במקרה (1) (אם הוא קיים) מצא את הפתרון הכללי.

### שאלה 2 (20")

$$(1) \text{ יהיו } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1-i \\ -1 & 2 & 5 & -1+2i \\ -1 & 1 & 4 & -1+i \\ 2 & -1 & -2 & 2-i \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2-2i \\ -3+4i \\ -3+3i \\ 1 \end{pmatrix} \text{ מעל } C.$$

(א) מצא דרגה של המטריצה  $A$  ו  $(A|b)$ .

(ב) מהו מימד מרחב הפתרונות של המערכת  $Ax = 0$ ?

(ג) מצא בסיס של מרחב הפתרונות של המערכת  $Ax = 0$ .

(ד) בדוק שהוקטור  $(i, 1, -1+i, 0)$  הוא פתרון למערכת  $Ax = b$ , ו מצא פתרון כללי למערכת  $Ax = b$ .

### שאלה 3 (20")

יהיו  $U_1, U_2$  שני תת-מרחבים של מרחב הפולינומים בעלי דרגה  $\geq 2$ :

$$U_1 = \{f(x) \mid f(1) = 0\}, U_2 = \text{span}\{x^2 + 2x - 3, 2x^2 + 4x - 1, 2\},$$

מצא את בסיס ומימד עבור  $U_1 \cap U_2, U_1 + U_2, U_2, U_1$ .

### שאלה 4 (20")

יהי  $V$  מרחב וקטורי מעל שדה הממשיים. ויהיו  $A, B$  תתי קבוצות של  $V$ .  
הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

א.  $span(A \cup B) = spanA + spanB$

ב.  $span(A \cap B) = spanA \cap spanB$

ג.  $dim(spanA) + dim(spanB) \leq dim V$

### שאלה 5 (20")

לסמן נכון או לא נכון:

לא נכון	נכון	
		כל מרכב לינארי הוא סכום ישר של תת-מרכבים חד-מימדים
		אם במשווה $A X = B$ מתקיים $rk(A) = rk(A   B)$ אז $A$ היא הפיחה
		כל מטריצה הפיכה ניתנת להעברה לצורה קנונית אלכסונית על ידי פעולות אלמנטריות
		$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ כש $A^T$ – מטריצה משוכלפת
		החוג $Z_{91}$ הוא שדה

**בהצלחה!**