מבחן מועד א' – חדו"א 1 להנדסה – 83112 – 15.02.26

המרצה: ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות משקל כל שאלה: 22 נק'

שאלון חסוי - יש להחזיר את שאלון הבחינה בתוך מחברת הבחינה.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

   א. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(5x)-\sin(5x)\cos(5x)}{\ln(1+7x^2)e^{2x}\cos(x^2)\sin(3x)}$

   ב. $\lim_{x\to 0^+}\ln(x)-\frac{1}{x}$

   ג. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+an+2}{n^2-1}\right)^n$, כאשר $a\in\mathbb{R}$ פרמטר.

2. חשבו את הביטויים הבאים:

   א.

$$\int(\ln(x))^2dx$$

   ב.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{(k+n)(k-2n)}$$

3.

   א. הוכיחו כי למשוואה $\cos(x)-\sin(x)=1-2x$ יש בדיוק פתרון אחד.

   ב. הוכיחו כי הערך המינימלי של הפונקציה $f(x)=x^2+\sin(x)+\cos(x)-x$ הוא 1.

4. תהי סדרה a_n המקיימת לכל $n\in\mathbb{N}$ כי

$$a_{n+1}=a_n^2+\sin(a_n)+\cos(a_n)$$

   א. הוכיחו כי הסדרה a_n מונוטונית עולה.

   ב. חשבו את $\lim a_n$.

5. תהי f פונקציה הגזירה פעמיים בכל $\mathbb{R}$.

עוד נתון שקיים ערך $a\in\mathbb{R}$ עבורו $f'(a)=0$, וכן $f''(a)<0$, וכן f'' רציפה ב$x=a$.

   א. הוכיחו כי $x=a$ נק' מקסימום מקומי של f.

   ב. הוכיחו או הפריכו: לכל $x\in\mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x)\le f(a)$.