88-113-תרגיל5:

*פ"א=פולינום אופייני , פ"מ=פולינום מינימלי

1.

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 2 & -2 & 2\\ 2 & -3 & 2\end{pmatrix}.$$

האם היא ניתנת לשילוש? אם כן מצא את המשולשית לה היא דומה

2.הוכח שכל מט' אידמפוטנטית דומה למט' אלכסונית.

ע"מ 91, 5.4:

א. הוכח שלמטריצות B,A דומות אותו פ"מ
ב. הוכח שאם A או B הפיכות אז הפ"מ של AB ושל BA זהים

ע"מ 91, 5.5:

מצא פ"מ עבור המט' הבאות לפי האלגוריתם למציאתו (משעור קודם),כלומר, לא ע"י הפ"א.

א. $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ ב. $\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & a\end{pmatrix}$ $a,b\neq 0$

(זיכרו, הפולינום המתוקן המתאים לכל פולינום במאפס גם שייך למאפס)

ע"מ 92, 5.10:

$A\in Mat_n(F)$

הוכח: $f_A(x)\,|\,m_A^n(x)$

ע"מ 92, 5.12:

$A\in Mat_n(F)$

$M_A(x)=(x-1)^2=x^2-2x+1$

$f(x)=x^2+4x+3$

הוכח שהמטריצה $f(A)$ הפיכה

(רמז: השתמש בעובדה ש A מתאפסת על הפ"מ שלה ע"מ לפשט את f(A) וזכור שמט' הפיכה עם הדט' שלה שונה מאפס)

ע"מ 93, 5.14:

השתמש בפ"א כדי למצוא פ"מ עבור

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0&0&2\\0&2&0&0&1\\0&0&2&0&1\\0&0&0&3&1\\0&0&0&0&3\end{pmatrix}$$

ע"מ 93, 5.15:

$$A=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$$

מצא M_A ובעזרתו A^{-1}
(רמז: זיכרו מה קורה ל M_A כאשר נציב בו את A ובודדו משם את I)

ע"מ 93 , 5.16:

$$A\in Mat_n(F)$$

$$M_A(x)=\sum_{i=0}^{m}a_i x^i$$

הוכח שהבאים שקולים:
א. A רגולרית ב. 0 איננו ע'ע של A ג. $a_0\neq 0$

ע"מ 94 ,5.22:
$A\in Mat_n(F)$ מטריצה אידמפוטנטית ($A^2=A$)
מצא את הע"ע של A, הראה שהפ"א מתפרק לגורמים לנאריים, מצא פ"מ של A, ותאר את tr(A)