חדו"א 1 לאודיסאה – בוחן שני – 23.12.21

1. (40 נק') תהי סדרה המוגדרת ע"י כלל הנסיגה $a_{n+1}=\frac{a_n^3+a_n}{2}$ וכן $a_1=\frac{1}{2}$

   א. הוכיחו כי לכל n מתקיים כי $a_n<1$.

   ב. חשבו את $\lim_{n\to\infty} a_n$.

2. (40 נק') תהי סדרה $a_n>0$ המקיימת לכל n כי $a_n^2\le a_n-a_{n+1}$

   א. הוכיחו או הפריכו: הסדרה מתכנסת לגבול סופי.

   ב. הוכיחו או הפריכו: לכל n מתקיים כי $a_n<\frac{1}{n}$ וכן $a_n\to 0$.

3. (40 נק') תהי A קבוצה לא ריקה, כך שלכל $a\in A$ מתקיים כי $a>0$.

   כמו כן, נתונה סדרה a_n כך שלכל n מתקיים כי $a_n\in A$, וכן $a_n\to 0$

   א. הוכיחו או הפריכו: $\inf A=0$.

   ב. הוכיחו או הפריכו: A קבוצה אינסופית.