מבחן מועד ב' – חדו"א לאודיסאה – 86147 – 12.4.26

המרצה: ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות משקל כל שאלה: 22 נק'

1. חשבו את הגבולות הבאים:

   א. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^9(3x)\cos\left(5x+\frac{\pi}{2}\right)}{(1-\cos(7x))^5}$

   ב. $\lim_{x\to\infty}\frac{e^{(e^x)}}{x^x}$

   ג. $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+\frac{2}{n}}$

2. חשבו את הביטויים הבאים:

   א.

$$\int_0^{\pi} x\sin(x)\,dx$$

   ב.

$$\int_0^{\pi} \sin^2(x)\,dx$$

3. נביט בסדרה המקיימת $a_1=0$ וכן לכל $n\in\mathbb{N}$ מתקיים $a_{n+1}=a_n+\frac{1}{3}(1-a_n)$

   א. הוכיחו כי הסדרה a_n עולה.

   ב. חשבו את $\lim a_n$.

4. נביט בפונקציה $f(x)=\sqrt{e^{(x^2)}-1}$

   א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$, ואת $\min\{f(x)\mid x\in\mathbb{R}\}$.

   ב. האם f גזירה בנק' $x=0$? הוכיחו קביעתכם.

5. תהי פונקציה f הגזירה בנק' x_0.

   א. הוכיחו או הפריכו: $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{f(2x-x_0)-f(x_0)}=\frac{1}{2}$.

   ב. נניח בנוסף כי $f'(x_0)\neq 0$ וכן f' רציפה בx_0.

   הוכיחו כי $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{f(2x-x_0)-f(x_0)}=\frac{1}{2}$.