

מבחן מועד ב' – 83-112 חדו"א 1 להנדסה – 24/02/22

מרצים: דר' אחיה בר-און, דר' ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
משקל כל שאלה: 20 נק' ענו על כל השאלות כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + \sin(x)) \sin^4(2x)}{1 - \cos(x^2)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x^2 - 3x + 2}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}$

2.

א. חשבו את $\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 8x + 5}{(x+1)(2x^2 + 2x + 1)} dx$

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + \sqrt{x}} dx$.

3. נביט בפונקציה $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ המוגדרת עבור $x > 0$.

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

ב. לכל a ממשי, מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = a$.

4. תהי פונקציה f הגזירה בכל הממשיים.

א. הוכיחו או הפריכו: אם f' מתאפסת אינסוף פעמים אז ל f יש אינסוף נקודות קיצון מקומי.

ב. הוכיחו או הפריכו: אם לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x) \cdot f'(x) < 0$ אזי f מונוטונית בכל הממשיים (עולה או יורדת).

5. תהי סדרה a_n המקיימת לכל n כי $a_{n+1} - a_{n+1}^2 = a_n^2 + a_n$ וכן $a_n \leq 2022$ לכל n .

א. הוכיחו כי a_n מונוטונית עולה.

ב. נתון כי $a_1 = -\frac{1}{2}$ מצאו את a_2 והוכיחו תשובתכם.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n+3}{(n+k)^2}$$

ב. קרבו את $\frac{\sin(2)}{2}$ עד כדי שגיאה של $\frac{1}{100}$. h