

83116, תרגיל 4:

1.

יהיו A, B קבוצות לא ריקות.

א. הוכח כי קיימת פונקציה חח"ע $g: A \rightarrow A \times B$.

ב. הוכח כי אם קיימת פונקציה חח"ע $f: A \rightarrow B$ אזי קיימת פונקציה חח"ע
 $h: A \times B \rightarrow B \times B$

2.

ציינו לגבי כל אחת מהבאים האם היא פונקציה, חח"ע, על, הפיכה (חח"ע ועל). הוכיחו את תשובותיכם.

א. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = |n|$

ב. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$

ג. $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$

3.

תהי $f: A \rightarrow B$ פונקציה ונניח $C_1, C_2 \subseteq A$ ו- $D_1, D_2 \subseteq B$. הוכיחו או הפריכו:

א. $f^{-1}(D_1 \cup D_2) = f^{-1}(D_1) \cup f^{-1}(D_2)$

ב. $f^{-1}(D_1 \cap D_2) = f^{-1}(D_1) \cap f^{-1}(D_2)$

ג. $f(C_1^c) = f(C_1)^c$ (עבור $X^c = A \setminus X, X \subseteq A$ ועבור $Y^c = B \setminus Y, Y \subseteq B$)

ד. $f^{-1}(D_1^c) = f^{-1}(D_1)^c$

.4

תהיינה A, B, C, D קבוצות ו- $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C, h: C \rightarrow D$. הוכיחו או הפריכו:

1. $h \circ g \circ f$ הפיכה גורר ש- g חח"ע או g על.
2. $h \circ g \circ f$ חח"ע ו- $h \circ g$ חח"ע גורר ש- $g \circ f$ חח"ע
3. $h \circ g \circ f$ על ו- $h \circ g$ על גורר ש- $g \circ f$ על
4. $h \circ g \circ f$ על ו- $g \circ f$ על גורר ש- $h \circ g$ על.
5. $g \circ f$ הפיכה ו- $h \circ g$ הפיכה גורר ש- g הפיכה
6. $g \circ f$ הפיכה ו- $h \circ g$ הפיכה גורר ש- $h \circ g \circ f$ הפיכה

.5

תהיינה A, B קבוצות. נגדיר $f: P(A) \rightarrow P(B)$ ע"י $f(X) = X \cap B$.

1. הוכיחו כי f חח"ע אם ורק אם $A \subseteq B$.
2. הוכיחו כי f על אם ורק אם $B \subseteq A$.