

פיסיקה למתמטיקאים 88-320 מבחן מועד א' סמסטר ב' תשע"ג

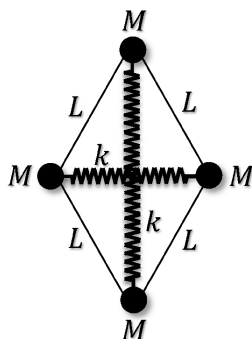
משך המבחן: שלוש שעות. כל חומר עזר מותר בשימוש (כולל מחשבון).
ענו על 3 מ-4 השאלות הבאות. ניתן גם (לא חובה) לענות על שאלת הבונוס (שאלה 5).
סמנו בבירור על איזו שאלה אתם עונים והקיפו תשובות סופיות.

1. 4 מוטות חסרי מסה עם אורך L כל אחד מחוברים אחד לשני בציר חסר חיכוך כך שהם יוצרים מעויין. חלקיק עם מסה M מחובר לכל פינה במעויין. קפיץ מחבר כל זוג פינות נגדיות (כלומר הקפיצים נמצאים על האלכסונים). קבוע כל קפיץ k . כאשר המעויין בתצורה של ריבוע הקפיצים באורכם הרפוי ולא מפעילים כח. תנועת המערכת במישור. המסות נעות רק על האלכסונים של המעויין, ומרכז המסה נשאר באשית הצירים.

(א) רשמו את הלגראנגיאן של המערכת

(ב) רשמו את משוואות התנועה

(ג) מצאו את התדירויות של המערכת עבור תנודות קטנות



2. מטוטלת מתמטית (מסה m בקצה חוט באורך ℓ) מחוברת לתקרת מעלית הנעה מעלה במהירות קבועה $\vec{v}_0 = v_0 \hat{y}$ ביחס למעבדה. (בסעיפים 2א, 2ב רשמו את הפוטנציאלים ביחס לנקודת שווי המשקל של המטוטלת).

- (א) רשמו את הלגראנגיאן במעלית \mathcal{L}
- (ב) רשמו את הלגראנגיאן במעבדה \mathcal{L}' והראו כי $\mathcal{L}' = \mathcal{L} + df(\theta, t)/dt$, כאשר
 $f(\theta, t) = -mv_0 l \cos \theta - \frac{1}{2}mgv_0 t^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 t$
- (ג) רשמו את משוואות התנועה עבור \mathcal{L} ו \mathcal{L}' וודאו כי הן אכן זהות.
3. נתון $L_z |\psi\rangle = m |\psi\rangle$ (עבור $\hbar = 1$)

- (א) מהו ערך התצפית $\langle \psi | L_x | \psi \rangle$? (רמז: השתמשו בעובדה $[L_y, L_z] = iL_x$ ובכך ש L_y, L_z, L_x כולם הרמיטיים)
- (ב) מצאו חסם תחתון על ערך התצפית $\langle \psi | L^2 | \psi \rangle$.
- (ג) נתון כי $L_+^n |\psi\rangle = 0$ וכן $L_+^{n-1} |\psi\rangle \neq 0$. ידוע גם ש $|\psi\rangle$ וקטור עצמי של L^2 . מהו $\langle \psi | L^2 | \psi \rangle$?

4. חלקיק בעל מסה m כלוא בבור פוטנציאל אינסופי $0 \leq x \leq a$. פונקציית הגל שלו היא

$$\psi(x, 0) = \frac{c}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin\left(\frac{4\pi x}{a}\right)$$

- (א) מהו c ?
- (ב) אם מודדים את האנרגיה בזמן $t = 0$ מהן התוצאות האפשריות ומהן ההסתברויות המתאימות?
- (ג) מצאו את $\psi(x, t)$.
- (ד) מהי ההסתברות להיות בחצי השמאלי של הבור בזמן t ($P(x < a/2)$)?

5. (בנוס - לא חובה) בזמן $T = 0$ חללית מתחילה להתרחק מכדור"א במהירות $\beta = 0.5$ ממהירות האור. בזמן $T = 5$ (לפי שעון כדור"א) שולחת החללית שדר לכיוון כדור"א (כלומר: הפוך מכיוון תנועתה) במהירות $\beta = 0.8$ ממהירות האור יחסית לחללית. מה יורה שעון כדור"א כאשר ייתקבל בו השדר?

בהצלחה!