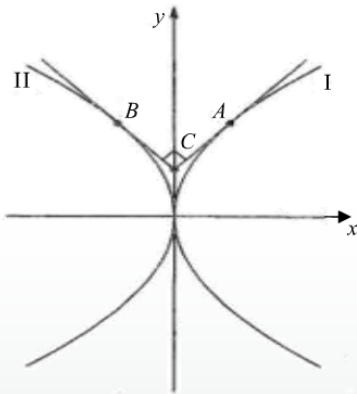


**שאלה 1 מתוך חורף 2017 (שאלון 582 ו- 807 בגרות במתמטיקה)**

נתונות שתי פרבולות:

I.  $y^2 = 4x$

II.  $y^2 = -4x$



A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים

דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה, כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה C,

הנמצאת על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M. המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

**פתרון: א.**  $A(1,2), B(-1,2)$  **ב1.**  $M(0,3)$  **ב2.**  $x^2 + (y-3)^2 = 2$

1. נתונות הנקודות  $A(-3a, 0)$  ו-  $B(3, 0)$ .  $a > 0$  הוא פרמטר. **מתמטיקה, קיץ תשע"ח**

א. הבע באמצעות a את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות P המקיימות  $\frac{PA}{PB} = 1$ .

ב. הראה שהמקום הגיאומטרי של כל הנקודות Q המקיימות  $\frac{QA}{QB} = 2$  הוא מעגל, והבע

באמצעות a את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך

מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גיאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

(1) זהה את המקום הגיאומטרי הזה.

(2) מצא את a, וכתוב את משוואתו של המקום הגיאומטרי הזה.

קיץ 2018

3.  $z_1$  ו-  $z_2$  הם שני מספרים מרוכבים המקיימים  $|z_1| = |z_2| = r$ ,  $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$ .  
א. הוכח כי תוצאת המכפלה  $z_1 \cdot z_2$  היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות  $r$ .

הנקודות A, B ו- C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים  $z_1$ ,  $z_2$  ו-  $z_3$ .  
נתון: הנקודות A, B ו- C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר  $y = x$ .  
ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב  $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$ .

$$\text{נתון: } z_1 + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_1 - z_2 = 1 - i$$

$$(z_3)^2 = 2i$$

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודות C ו- D (מצא את שתי האפשרויות).  
(2) חשב את שטח המרובע BDAC עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

3. א. פתור את המשוואה  $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$ .

נסמן ב-  $w$  את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

$a_n$  היא סדרה חשבונית.  $w$  הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.

ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה:  $a_n = 1 + b \cdot i$ .  $b$  הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה  $a_n$ , חוץ מן הנקודה  $(1, 0)$ ,

נמצאות מחוץ למעגל היחידה.