

84-172 מתמטיקה ב' לכימאים – בוחן אמצע – תשפ"א

משך הבוחן: שעה וחצי הוראות: יש לפתור את כל השאלות, משקל כל שאלה 38 נק', כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

שאלה 1

נביט במערכת המשוואות הבאה עם הנעלמים x, y, z, w והפרמטר a , בשדה המספרים הממשיים.

$$\begin{cases} x + y + z + aw = 1 \\ x + y + a^2z - w = a \\ ax + y + z + w = 1 \end{cases}$$

סעיף א': (18 נק')

מצאו לכל ערכי הפרמטר a אם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות כלל

סעיף ב': (10 נק')

מצאו את הפתרון הכללי למערכת עבור $a = 0$

סעיף ג': (10 נק')

מצאו את הפתרון הכללי למערכת עבור $a = 1$

שאלה 2

נביט בהעתקה הליניארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המקיימת

$$\begin{aligned} T(1,0,0) &= (1,1,0) \\ T(0,1,0) &= (1,-1,-3) \\ T(0,0,1) &= (0,1,1) \end{aligned}$$

סעיף א': (5 נק')

מצאו את המטריצה המייצגת $[T]$

סעיף ב': (15 נק')

קבעו האם המטריצה $[T]$ הפיכה, ואם כן מצאו את ההופכית שלה

סעיף ג': (3 נק')

מצאו את $T(1,2,3)$

סעיף ד': (15 נק')

יהיו $a, b, c \in \mathbb{R}$ פרמטרים, מצאו וקטור (x, y, z) כך ש $T(x, y, z) = (a, b, c)$. הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים.

שאלה 3

סעיף א': (15 נק')

מצאו את כל הפתרונות בשדה המרוכבים למשוואה $z^4 = (1 + \sqrt{3} \cdot i)^4$

סעיף ב': (15 נק')

מצאו את כל הפתרונות בשדה המרוכבים למשוואה $z^2 = -z^4$

סעיף ג': (8 נק')

מצאו וקטור שונה מאפס המאונך לוקטורים $(1,1,1)$, $(2,-1,1)$