

## תרגיל בית 7 – אינפי 1

1. הוכיחו שמהתבדרות הטור החיובי  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  לא ניתן להסיק אודות התבדרות/התכנסות

$$\text{של הטור } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n^2}$$

2. הוכיחו: אם הטורים  $\sum a_n^2$  ו  $\sum b_n^2$  מתכנסים אזי הטור  $\sum a_n b_n$  מתכנס בהחלט.

3. הוכיחו: אם הטור  $\sum a_n^2$  מתכנס, אזי הטור  $\sum \frac{a_n}{n}$  מתכנס בהחלט.

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  מתכנס אם"ם  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  מתכנס לכל סדרה חסומה  $b_n$ .

5. בדקו את ההתכנסות וההתכנסות בהחלט של הטורים הבאים:

a.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{n^2}}{(n!)^3}$

b.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(n^2)}{n^{5/4}}$

c.  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(\log n)^2}$

d.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

e.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n}$

f.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log \left(\frac{n+1}{n}\right)$

6. תהי סדרה המקיימת  $\forall n: \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1$ . הוכיחו/הפריכו: הטור  $\sum a_n$  מתכנס.

7. תהי סדרה המקיימת  $\forall n: \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \leq \alpha < 1$ . הוכיחו/הפריכו: הטור  $\sum a_n$  מתכנס.

8. בדקו את התכנסות הטור:  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \dots$

(רמז: שימו סוגריים!)

**בהצלחה!**