

בדידה (88195), סמטסטר קיץ תשפ"ו, בוחן

3.8.2026, כ' באב התשפ"ו

מרצים : אחיה בר-און, דניס גולקו, שירה ידעי, ארז שיינר.

מתרגלים : ?.

אורך המבחן : שעה ורבע .

חומר עזר : מחשבון פשוט בלבד.

הנחיות :

- יש לענות על כל השאלות. ישנן 2 שאלות בבוחן. כל ציון מעל 100 יעוגל ל 100.

- נמקו תשובתכם.

המלצה : הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות. חלקו את זמנכם בתבונה !.

תשובות יש לכתוב על גבי הטופס בלבד. מחברת הטיוטה לא תבדק..

ניתן לענות משני צידי הדף..

בהצלחה!

1. (15 נקודות לסעיף) תהא A קבוצה ויהיו R_1, R_2 יחסי סדר על A . נתון כי $R_1 \subseteq R_2$. יהא $a \in A$.

- (א) הוכיחו או הפריכו: אם a הוא איבר מינימאלי בקבוצה A עם היחס R_2 אז a איבר מינימאלי בקבוצה A עם היחס R_1 .
- (ב) הוכיחו או הפריכו: אם a הוא איבר מינימאלי בקבוצה A עם היחס R_1 אז a איבר מינימאלי בקבוצה A עם היחס R_2 .
- (ג) הוכיחו או הפריכו: אם a הוא איבר קטן ביותר בקבוצה A עם היחס R_1 אז a איבר קטן ביותר בקבוצה A עם היחס R_2 .
- (ד) הוכיחו או הפריכו: אם a הוא איבר קטן ביותר בקבוצה A עם היחס R_2 אז a איבר קטן ביותר בקבוצה A עם היחס R_1 .

2. (20 נקודות לסעיף) תהא A קבוצה ותהא $\mathbb{P} \subseteq \mathcal{P}(A)$ חלוקה של A .

$$R_{\mathbb{P}} = \bigcup_{X \in \mathbb{P}} (R \cap (X \times X)) \text{ את היחס } R_{\mathbb{P}} \text{ נסמן}$$

כעת נגדיר יחס T על קבוצת היחסים על A , היינו נגדיר יחס T על $\mathcal{P}(A \times A)$ כך: $R_{\mathbb{P}} = S_{\mathbb{P}} \iff RTS$

(א) יהיו R, S שני יחסים על A . הוכיחו כי $R_{\mathbb{P}} = S_{\mathbb{P}}$ אממ לכל $X \in \mathbb{P}$ מתקיים $R \cap (X \times X) = S \cap (X \times X)$.

(ב) הוכיחו כי T הוא יחס שקילות.

(ג) נניח כי הקבוצה A והחלוקה $\mathbb{P}$ הנתונות בשאלה הם: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ והחלוקה $\mathbb{P} = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}\}$.

נתבונן ב $R = A \times A$ שהינו יחס שקילות על A . כמה יחסי שקילות S (על A) מקיימים כי RTS ?