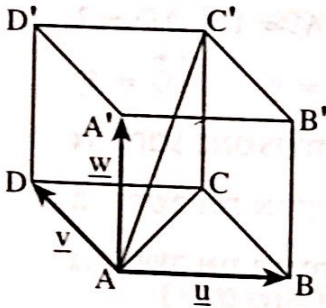


# תרגילים

## (חישובים במרחב בעזרת המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי))

### קוביה – חישובים עם המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)



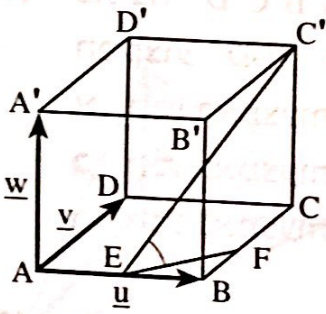
(1) בקוביה  $ABCD A'B'C'D'$  נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$

נתון:  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$ .

- א. הבע את  $\vec{AC}$  ו- $\vec{AC'}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .
- ב. חשב את אורך  $\vec{AC}$  ואת אורך  $\vec{AC'}$ .
- ג. חשב את הזווית  $\angle CAC'$ .

(2) הנתונים והסימונים הם כמו בתרגיל הקודם.

- א. הבע את  $\vec{BD'}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  וחשב את אורכו.
- ב. חשב את הזווית שבין וקטורי האלכסונים  $\vec{AC'}$  ו- $\vec{BD'}$ .

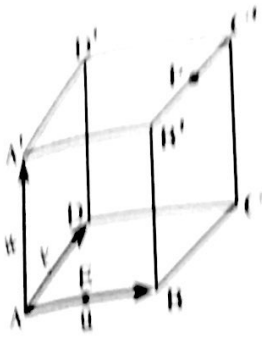


(3) בקוביה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות AB ו-BC בהתאמה. נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$

- א. הבע באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטורים  $\vec{EF}$  ו- $\vec{EC'}$ .
- ב. נתון ששנפח הקוביה הוא 8. חשב את אורך  $\vec{EF}$  ואת אורך  $\vec{EC'}$ .
- ג. חשב את הזווית  $\angle FEC'$ .

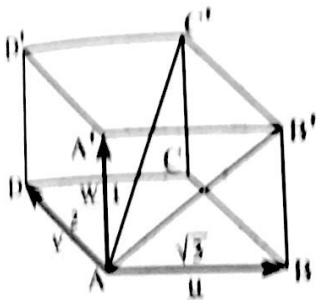
(4) הנקודה E היא אמצע המקצוע BC בקוביה  $ABCD A'B'C'D'$  נסמן:  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{D'C'} = \underline{u}$ ,  $\vec{BB'} = \underline{w}$

- א. הבע באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטורים  $\vec{DE}$  ו- $\vec{DB'}$ .
- ב. נתון:  $|\vec{DE}| = \sqrt{20}$ . חשב את המקצוע של הקוביה ואת  $|\vec{DB'}|$ .
- ג. חשב את הזווית  $\angle EDB'$ .



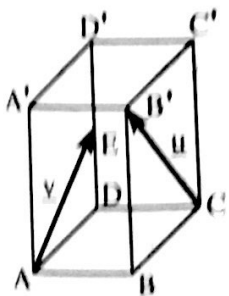
- (5) בקובייה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי המקצועות  $AB$  ו- $B'C'$ .  
 נסמן:  $\vec{AA'} = w$ ,  $\vec{AD} = v$ ,  $\vec{AB} = u$ .  
 א. הבע באמצעות  $u$ ,  $v$  ו- $w$  את  $\vec{A'E}$  ואת  $\vec{EF}$ .  
 ב. חשב את הזווית  $\angle A'FE$ .  
 ג. חשב את הזווית שבין הווקטורים:  
 (1)  $\vec{EF}$  ו- $\vec{CB'}$ , (2)  $\vec{FA'}$  ו- $\vec{A'C'}$ .

**תיבה – חישובים עם המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)**

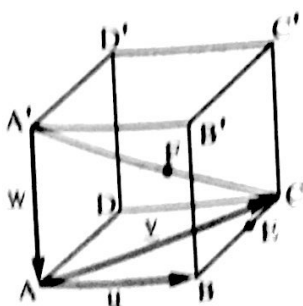


- (6) בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  נתון:  $AB = \sqrt{3}$ ,  $AA' = 1$ ,  $AD = 2$ ,  $\vec{AA'} = w$ ,  $\vec{AD} = v$ ,  $\vec{AB} = u$ .  
 א. הבע באמצעות  $u$ ,  $v$  ו- $w$  את  $\vec{AB'}$  ו- $\vec{AC'}$ .  
 ב. חשב את אורך  $\vec{AB'}$  ואת אורך  $\vec{AC'}$ .  
 ג. חשב את הזווית  $\angle B'AC'$ .

- (7) בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות  $AB$  ו- $CC'$  בהתאמה. נתון:  $|AA'| = 4$ ,  $|AD| = 1$ ,  $|AB| = 2$ . נסמן:  $\vec{AA'} = w$ ,  $\vec{AD} = v$ ,  $\vec{AB} = u$ .  
 א. הבע את הווקטורים  $\vec{DE}$  ו- $\vec{DF}$  באמצעות  $u$ ,  $v$  ו- $w$ .  
 ב. חשב את  $|\vec{DE}|$  ו- $|\vec{DF}|$ .  
 ג. חשב את הזווית  $\angle EDF$ .

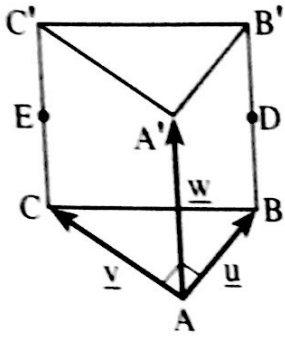


- (8) בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודה E היא אמצע המקצוע  $DD'$ . נסמן:  $\vec{AE} = v$ ,  $\vec{CB'} = u$ .  
 א. הבע באמצעות  $\vec{AD}$  ו- $\vec{DD'}$  את  $u$  ו- $v$ .  
 ב. הבע באמצעות  $u$  ו- $v$  את  $\vec{AD}$  ואת  $\vec{DD'}$ .  
 ג. הבע באמצעות  $|u|$  ו- $|v|$  את המכפלה  $u \cdot v$ .



- (9) בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודה E מחלקת את הצלע BC ביחס של  $BE:EC = 2:1$ . הנקודה F היא אמצע האלכסון  $A'C$ . נסמן:  $\vec{A'A} = w$ ,  $\vec{AC} = v$ ,  $\vec{AB} = u$ . נתון:  $A'A = 4$ ,  $AC = 6$ ,  $AB = \sqrt{18}$ .  
 א. הבע את  $\vec{AF}$  ו- $\vec{AE}$  באמצעות  $u$ ,  $v$  ו- $w$ .  
 ב. חשב את הזווית  $\angle EAF$ .  
 ג. חשב את שטח המשולש  $\triangle EAF$ .  
 ד. חשב את הזווית שבין  $A'C$  לבין: (1) הבסיס ABCD, (2) המישור  $A'AC$ .

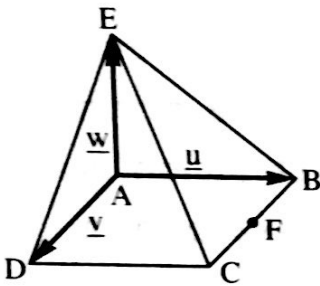
מנסרה ישרה – חישובים עם המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)



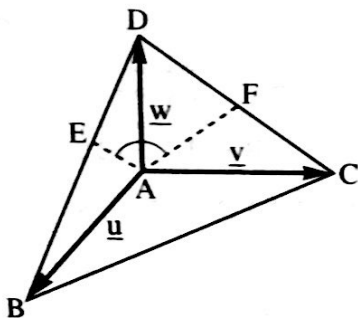
10) במנסרה משולשת וישרה  $ABCA'B'C'$  שהבסיסים שלה הם משולשים ישרי זווית ( $\angle A = \angle A' = 90^\circ$ ) נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ . נתון:  $|\vec{AB}| = 1$ ,  $|\vec{AA'}| = 4$ ,  $|\vec{AC}| = 2$ . הנקודות D ו-E הן בהתאמה אמצעי המקצועות  $BB'$  ו- $CC'$ .  
 א. הבע באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטורים  $\vec{AD}$ ,  $\vec{AE}$  ו- $\vec{EB'}$ .  
 ב. חשב את הזוויות הבאות: (1)  $\angle DAE$ . (2)  $\angle AEB'$ .

11) נתונה מנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$  שהבסיסים שלה הם משולשים שווי צלעות. נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ . הנקודה M היא אמצע  $A'B'$  והנקודה N היא אמצע  $A'C'$ .  
 א. הבע את  $\vec{AM}$  ואת  $\vec{AN}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. חשב את הזווית MAN אם נתון:  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$ .

פירמידה – חישובים עם המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)



12) בפירמידה ABCDE שהבסיס שלה ABCD הוא מקבילית נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AE} = \underline{w}$ . הנקודה F היא אמצע BC.  
 א. הבע את  $\vec{ED}$  ו- $\vec{EF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. נתון ש- $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  מאונכים זה לזה וכן  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$ . חשב את הזווית DEF.



13) בטטראדר ABCD המקצועות AB, AC ו-AD ניצבים זה לזה ושווים זה לזה. הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי המקצועות BD ו-CD. נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{w}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ .  
 א. הבע את  $\vec{AE}$  ו- $\vec{AF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. חשב את הזווית EAF.  
 ג. נתון שנפח הטטראדר הוא  $\frac{1}{2} \cdot 4$ . חשב את שטח המשולש EAF.

14) נתונה פירמידה משולשת ABCD. נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{w}$ . הנקודה E מחלקת את BC ביחס של  $BE:EC = 2:1$ .  
 א. הבע את  $\vec{DE}$  ו- $\vec{DC}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. נתון ש- $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  מאונכים זה לזה וכן נתון  $|\underline{u}| = \sqrt{18}$ , שטח המשולש ABC  $= 9$ . ינפח הפירמידה הוא  $\frac{3}{2}\sqrt{6}$ . חשב את הזווית EDC.

15) בטטראדר ABCD המקצועות AB, AC ו-AD ניצבים זה לזה. הנקודה E היא מפגש התיכונים של הפאה BDC. נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{w}$ .

א. הבע את  $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

ב. נתון:  $|AC| = 6$ ,  $\vec{AE} \cdot \vec{DC} = 9$  ונפח הפירמידה הוא 6. נסמן:  $\angle DAE = \alpha$ . הוכח:  $\cos \alpha = \frac{3}{7}$ .

**בעיות עם פרמטר t במרחב – המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)**

16) בקוביה ABCDA'B'C'D' שהמקצוע שלה 1 הנקודה

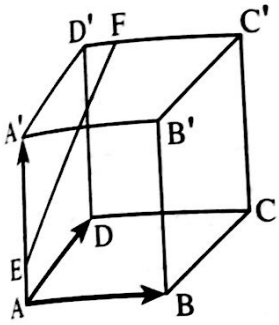
E מקיימת  $\vec{AE} = t\vec{AA'}$  והנקודה F מקיימת

$$\vec{D'F} = t\vec{D'C'}, \vec{AD} = \underline{v}, \vec{AB} = \underline{u}, \vec{AA'} = \underline{w}$$

א. הבע את הווקטור  $\vec{EF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

ב. הבע את אורך הווקטור  $\vec{EF}$  באמצעות t.

ג. מצא את ערכי t אם נתון  $|\vec{EF}| = \sqrt{2}$  והסבר היכן נמצאות הנקודות E ו-F בכל מקרה.



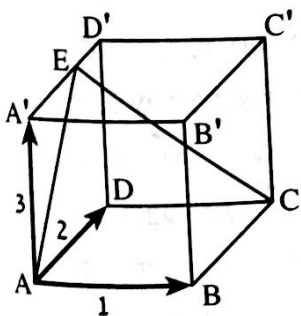
17) בקוביה ABCDA'B'C'D' שהמקצוע שלה 1 נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ . הנקודה E היא אמצע CC' והנקודה F מקיימת

$$\vec{A'F} = t\vec{A'B'}$$

א. הבע את  $\vec{EF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

ב. הראה שאין ערך של t עבורו  $|\vec{EF}| = 1$ .

ג. חשב את ערכי t עבורם: (1)  $|\vec{EF}| = \sqrt{\frac{3}{2}}$  (2)  $|\vec{EF}| = \frac{7}{6}$ .



18) בתיבה ABCDA'B'C'D' נסמן:  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ . הנקודה E מקיימת

$$\vec{A'E} = t\vec{A'D'}$$

נתון:  $AA' = 3$ ,  $AD = 2$ ,  $AB = 1$ .

א. הבע את הווקטורים  $\vec{AE}$  ו- $\vec{CE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

ב. מצא את ערך t עבורו  $|\vec{AE}|$  ו- $|\vec{CE}|$  שווים זה לזה.

ג. מצא את האורך של הווקטורים הנ"ל כאשר הם שווים זה לזה.

19) בקוביה ABCDA'B'C'D' שהמקצוע שלה 1 הנקודה E מקיימת

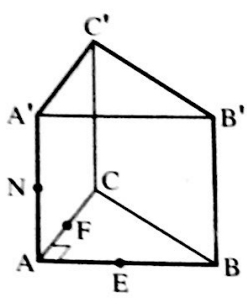
$$\vec{D'E} = t\vec{D'C'}$$

נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

א. הבע את  $\vec{AC}$  ו- $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

ב. מצא את t עבורו: (1)  $\angle CAE = 90^\circ$  (2)  $\angle CAE = 45^\circ$ .

ג. הבע את  $\vec{CE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  והראה שלא קיים t עבורו  $\angle AEC = 90^\circ$ .



(20) במנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$  הבסיסים הם משולשים ישרי זווית ( $\angle A = \angle A' = 90^\circ$ ). נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA}' = \underline{w}$ . הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות AB ו-AC בהתאמה. הנקודה N מקיימת  $\vec{AN} = t\vec{AA}'$ .  
 א. הבע את  $\vec{NE}$  ו- $\vec{NF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. מצא את ערכי t אם נתון:  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = \frac{2}{3}|\underline{w}|$ ,  $\angle ENF = 60^\circ$ .

(21) במנסרה משולשת  $ABCA'B'C'$  נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA}' = \underline{w}$ . הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי המקצועות  $BB'$  ו- $CC'$ . הנקודה G מקיימת  $\vec{A'G} = t\vec{A'C'}$ .  
 א. הבע את  $\vec{EF}$  ו- $\vec{EG}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. נתון ש- $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  ניצבים זה לזה וכן  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}|$ . חשב את ערכי t עבורם  $\angle FEG = 30^\circ$ .  
 ג. הסבר מדוע לא קיים t עבורו  $\angle FEG = 150^\circ$ .

(22) במקבילון  $ABCA'D'B'C'D'$  נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{B'C'} = \underline{v}$ ,  $\vec{DD'} = \underline{w}$ . הנקודות E ו-F הן בהתאמה מפגשי האלכסונים בפאות  $BCC'B'$  ו- $A'B'C'D'$ . הנקודה G מקיימת  $\vec{AG} = t\vec{AB}$ .  
 א. הבע את  $\vec{FE}$  ו- $\vec{GE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. נתון שהמקבילון הוא קוביה. מצא את ערך t עבורו הזווית FEG היא: (1)  $90^\circ$ , (2)  $135^\circ$  והסבר היכן נמצאת הנקודה G בכל מקרה.  
 ג. מצא את הזווית FEG אם  $\vec{GA} = \vec{AB}$ .

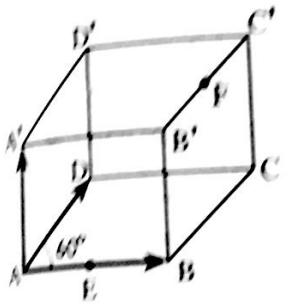
(23) בקוביה  $ABCA'D'B'C'D'$  הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות BC ו- $D'C'$  בהתאמה. הנקודה M מקיימת  $\vec{AM} = t\vec{AB}$ . נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ .  
 א. הבע באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטורים  $\vec{FE}$  ו- $\vec{FM}$ .  
 ב. חשב את ערכי t עבורם  $\angle MFE = 30^\circ$ .  
 ג. חשב את שתי הזוויות האחרות של המשולש MFE כאשר  $\angle MFE = 30^\circ$  והנקודה M נמצאת על המקצוע AB.

(24) במקבילון  $ABCA'D'B'C'D'$  הנקודה E מקיימת  $\vec{BE} = t\vec{BB'}$ . נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ . נתון:  $|\underline{AA'}| = 1$ ,  $|\underline{AD}| = 2$ ,  $|\underline{AB}| = \sqrt{2}$ .  
 א. הבע את  $\vec{AE}$  ו- $\vec{D'E}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .  
 ב. נתון  $AB \perp AD$  והישר  $AA'$  ניצב למישור ABCD. מצא את t עבורו  $|\vec{AE}| + |\vec{D'E}| = 4$ . (הערה: צריך לפתור משוואה אי רציונאלית).

(25) במרומיזה ABCDE הבסיס ABCD הוא מלבן. נסמן:  $\vec{DA} = \underline{v}$ ,  $\vec{DC} = \underline{u}$ ,  $\vec{DE} = \underline{w}$ . הנקודה K היא אמצע EC והנקודה L מקיימת  $\vec{AL} = t\vec{AB}$ . הווקטור  $\underline{w}$  ניצב לווקטור  $\underline{u}$  וגם לווקטור  $\underline{v}$  והאורך של כל אחד מהם הוא 1.

- הבע את הווקטורים  $\vec{DK}$  ו- $\vec{DL}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .
- הראה שאין ערך  $t$  עבורו  $\angle KDL = 45^\circ$ .
- חשב את ערך  $t$  עבורו  $\angle KDL = 120^\circ$ .
- הראה שלכל  $t$  מתקיים:  $45^\circ < \angle KDL < 135^\circ$ .

(הדרכה: צריך להוכיח שלכל  $t$  מתקיים אי השוויון  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos(\angle KDL) < \frac{\sqrt{2}}{2}$ )



(26) במנסרה ישרה ABCDA'B'C'D' הבסיס ABCD הוא מעוין שבו  $\angle A = 60^\circ$ . הנקודה E היא אמצע AB והנקודה F מקיימת  $\vec{B'F} = t\vec{B'C'}$ .

נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .  
 א. הבע את  $\vec{EF}$  ו- $\vec{CF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .

- נתון:  $|\underline{u}| = 2$ . חשב את  $\underline{u} \cdot \underline{v}$ .
- נתון:  $|\underline{w}| = 1$ . מצא את ערכי  $t$  עבורם הזווית EFC היא ישרה.
- מצא לאילו ערכי  $t$  הזווית EFC היא קטה.
- חשב את שטח המשולש EFC עבור ה- $t$  החיובי שמצאת בסעיף ג'.

(27) במנסרה משולשת וישרה ABCA'B'C' הבסיסים ABC ו- $A'B'C'$  הם משולשים שווים שוקיים שבהם  $\angle A = \angle A' = 120^\circ$ . נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ .

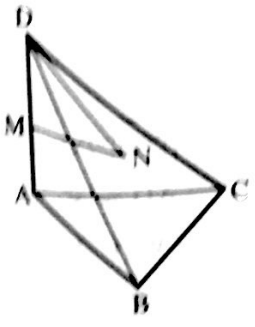
הנקודה D היא אמצע AB. הנקודה E היא אמצע  $A'C'$  והנקודה F מקיימת  $\vec{BF} = t\vec{BB'}$ .

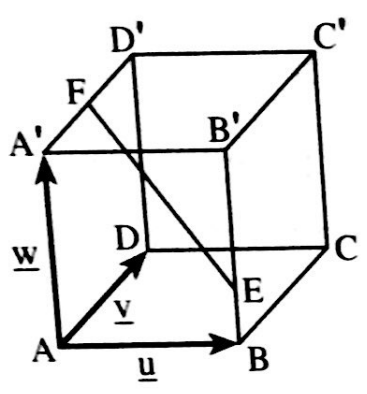
- הבע את  $\vec{DE}$  ו- $\vec{DF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .
- נתון:  $|\underline{u}| = 2$ . חשב את  $\underline{u} \cdot \underline{v}$ .
- נתון שנפח המנסרה הוא  $\sqrt{3}$ . חשב את ערכי  $t$  עבורם  $\cos(\angle EDF) = -\frac{3}{4}$ .

(28) בטראדר ABCD נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{w}$ .

הנקודה M היא אמצע הקטע AD. הנקודה N היא נקודה על הפאה BCD המקיימת  $\vec{DN} = t(\vec{DB} + \vec{DC})$ .

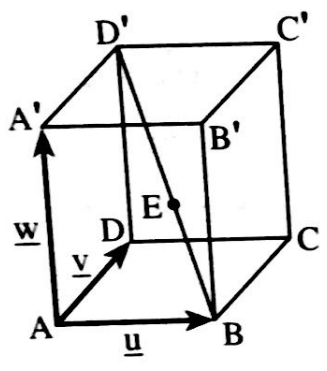
- הבע את  $\vec{MN}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .
- נתון:  $\vec{AD} \perp \vec{AC}$ ,  $\vec{AD} \perp \vec{AB}$ ,  $\angle DMN = 90^\circ$ . חשב את  $t$  והסבר מדוע  $\vec{MN}$  מקביל למישור ABC עבור ה- $t$  שמצאת.
- בנוסף לנתונים של סעיף ב' נתון:  $|\vec{MN}| = 1$ ,  $|\underline{u}| = 2$ ,  $|\underline{v}| = 3$ . חשב את  $\underline{u} \cdot \underline{v}$  ואת הזווית BAC.





(29) בקוביה  $ABCD A'B'C'D'$  שהמקצוע שלה 1 הנקודה E מקיימת  $\vec{BE} = t\vec{BB'}$  והנקודה F מקיימת  $\vec{A'F} = 2t\vec{A'D'}$ .  
 נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .  
 א. הבע את הווקטור  $\vec{EF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו-t.  
 ב. הבע את אורך הווקטור  $\vec{EF}$  באמצעות t.  
 ג. חשב את t עבורו  $|\vec{EF}|$  הוא מינימלי.

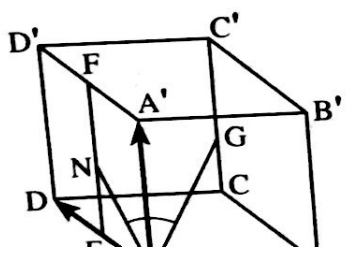
(30) בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  נתון:  $|AD| = 1$ ,  $|AB| = 2$ ,  $|AA'| = \sqrt{5}$ . הנקודה E נמצאת על האלכסון  $BD'$  ומקיימת  $\vec{BE} = t\vec{BD'}$ .  
 נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .  
 א. הבע את הווקטור  $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו-t.  
 ב. מצא לאיזה ערך של t אורך הווקטור  $\vec{AE}$  הוא מינימלי.  
 ג. מצא את האורך המינימלי של הווקטור  $AE$ .



(31) בקוביה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודה E מקיימת  $\vec{BE} = t\vec{BC}$ . נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ .  
 א. הבע את  $\vec{AC'}$  ואת  $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו-t.  
 ב. חשב את t עבורו הזווית  $C'AE$  היא מינימלית והסבר היכן נמצאת E במקרה זה.  
 ג. חשב את הזווית המינימלית.

(32) בקוביה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודה E מקיימת  $\vec{B'E} = t\vec{B'C'}$ . נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ .  
 א. הבע את  $\vec{AC}$  ו- $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו-t.  
 ב. מצא את t עבורו הזווית  $EAC$  היא מינימלית.  
 ג. מצא את הזווית המינימלית.

(33) בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$  הנקודות E, F ו-G הן בהתאמה אמצעי המקצועות  $AD$ ,  $A'D'$  ו- $CC'$ . הנקודה N מקיימת  $\vec{EN} = t\vec{EF}$ . נתון:  $AA' = 4$ ,  $AD = \sqrt{8}$ ,  $AB = 2$ .  
 נסמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .  
 א. הבע את  $\vec{AG}$  ו- $\vec{AN}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו-t.



הערה: תרגילים 47-48 הם קשים מהרגיל.

47) בתיבה ABCDA'B'C'D' נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ . נפח התיבה הוא  $\sqrt{15}$ . הווקטור  $\vec{AX} = \underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{5}\underline{w}$  יוצר זווית שוות עם הווקטורים  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  ו- $\vec{AC'}$ .

א. מצא את  $|\underline{u}|$ ,  $|\underline{v}|$  ו- $|\underline{w}|$ .

ב. נסמן ב- $\alpha$  את הזווית שבין  $A'C$  לפאה  $BCC'B'$ . הוכח:  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ .

48) בטראדר ABCD נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = \underline{w}$ . הווקטורים  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  ניצבים זה לזה וכן  $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$ . X היא נקודה במישור BDC. הווקטור  $\vec{AX}$  יוצר עם  $\vec{AB}$  זווית  $\alpha$  ועם  $\vec{AC}$  זווית  $\beta$ . נתון:  $\cos \alpha = \frac{3}{7}$ ,  $\cos \beta = \frac{6}{7}$ .

א. מצא את הווקטור  $\vec{AX}$  אם: (1) X על הפאה BDC. (2) X לא על הפאה BDC. ב. חשב את הזווית שבין  $\vec{AX}$  ו- $\vec{AD}$  במקרים (1) ו-(2) הני"ל. (ראה גם תרגיל 8 בעמ' 381).

תשובות (חישובים במרחב בעזרת המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)):

(1) א.  $\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ , ב.  $\sqrt{2}$ , ג.  $35.26^\circ$ . (2) א.  $-\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ , ב.  $\sqrt{3}$ ,  $70.53^\circ$ .

(3) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ , ב.  $\sqrt{2}$ , ג.  $45^\circ$ . (4) א.  $\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}$ , ב.  $\underline{u} - \underline{v} + \underline{w}$ .

(5) א.  $\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$ , ב.  $\frac{1}{2}\underline{u} + \underline{w} + \frac{1}{2}\underline{v}$ , ג.  $56.79^\circ$ . (1)  $106.78$ .

(2)  $135^\circ$ . (6) א.  $\underline{u} + \underline{w}$ , ב.  $2$ , ג.  $\sqrt{8}$ ,  $45^\circ$ . (7) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} - \underline{v}$ , ב.  $\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w}$ .

(8) א.  $\vec{DD'} - \vec{AD}$ , ב.  $\frac{1}{2}\vec{DD'} + \vec{AD}$ , ג.  $\frac{2}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v}$ , ד.  $-\frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v}$ .

(9) א.  $\frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v}$ , ב.  $\frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$ , ג.  $35.32^\circ$ , ד.  $33.69^\circ$ .  $|\underline{u}|^2 - 2|\underline{v}|^2$ .

(10) א.  $\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w}$ , ב.  $\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ , ג.  $50.77^\circ$ , ד.  $90^\circ$ .

(11) א.  $\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{u}$ , ב.  $\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{v}$ , ג.  $25.84^\circ$ . (12) א.  $\underline{v} - \underline{w}$ , ב.  $\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}$ , ג.  $45^\circ$ .

(13) א.  $\frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{w})$ , ב.  $\frac{1}{2}(\underline{v} + \underline{w})$ , ג.  $60^\circ$ , ד.  $\frac{9}{8}\sqrt{3}$ . (14) א.  $\underline{v} - \underline{w}$ , ב.  $\frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v} - \underline{w}$ .

(15) א.  $\frac{1}{3}(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$ , ב.  $30^\circ$ . (16) א.  $(1-t)\underline{w} + \underline{v} + t\underline{u}$ , ב.  $\sqrt{2t^2 - 2t + 2}$ , ג.  $0, 1$ .

(17) א.  $(t-1)\underline{u} - \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ , ב.  $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ , ג.  $\frac{4}{3}, \frac{2}{3}$ . (18) א.  $\underline{w} + t\underline{v}$ , ב.  $\underline{w} - \underline{u} + (t-1)\underline{v}$ .

(19) א.  $\underline{u} + \underline{v}$ , ב.  $\underline{v} + \underline{w} + t\underline{u}$ , ג.  $-1$ , ד.  $\frac{1}{2}$ . (20) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} - t\underline{w}$ , ב.  $\pm \frac{1}{3}$ .

(21) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} - t\underline{w}$ , ב.  $\frac{1}{2}\underline{v} - t\underline{w}$ , ג.  $50.77^\circ$ . (22) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{w}$ , ב.  $(1-t)\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ .

(23) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{w}$ , ב.  $\underline{u} - \underline{v} + (t-1)\underline{w}$ , ג.  $60^\circ$ , ד.  $\frac{7}{30}, \frac{1}{2}$ . (24) א.  $\underline{u} + t\underline{w}$ , ב.  $2, \frac{3}{14}, \frac{1}{2}$ .

(25) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w}$ , ב.  $\underline{v} + t\underline{u}$ , ג.  $-1$ , ד.  $2$ . (26) א.  $\frac{1}{2}\underline{u} + \underline{w} + t\underline{v}$ , ב.  $\underline{w} + (t-1)\underline{v}$ .

(27) א.  $-\frac{1}{2}\underline{u} + \underline{w} + \frac{1}{2}\underline{v}$ , ב.  $\frac{1}{2}\underline{u} + t\underline{w}$ , ג.  $-2$ , ד.  $0 < t < \frac{3}{4}$ .