

06/07/17

מועד א' – חדו"א 2 למורים

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את:

א. $\int \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx$

ב. $\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)+1+\cos^2(x)} dx$

2.

א. מצאו את כל האסימפטוטות (אנכיות ו/או משופעות) של הפונקציה $f(x) = xe^{\left(\frac{1}{x}\right)}$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס $\int_1^{\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2 - x + 1} dx$

3.

א. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x e^{-t^2} dt}{e^x - 1}$

ב. חשבו את גבול הסדרה $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{k+n}$

4.

א. קרבו את $\int_0^1 \sin(x^2) dx$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$.

ב. חשבו את $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!-1}{2^n n!}$

5. תהיינה f, g פונקציות חיוביות כך ש $\frac{f'g - g'f}{g^2} \leq 0$ לכל $x \in \mathbb{R}$

א. הוכיחו/הפריכו: אם האינטגרל $\int_0^{\infty} f$ מתכנס אז גם $\int_0^{\infty} g$ מתכנס.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם האינטגרל $\int_0^{\infty} g$ מתכנס אז גם $\int_0^{\infty} f$ מתכנס.

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \text{טורי חזקות ידועים:}$$