

מרצה: דר' ארז שיינר      משך המבחן: שלוש שעות      חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד  
 משקל כל שאלה: 20 נק'      ענו על כל השאלות      כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! \cdot 2^n}{n^n}$

ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{-x})$

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)\sin(x+\sin(x))}{1-\cos(3x)}$

2.

א. חשבו את  $\int \sin(2x)\cos(x)dx$

ב. הוכיחו כי האינטגרל הבא מתכנס **וחשבו** אותו  $\int_1^{\infty} \frac{1-2x^2}{x^4+x^2} dx$

3. קבעו לכל ערך  $a \in \mathbb{R}$  כמה פתרונות יש למשוואה  $x^3 - 3x = a$ . (הפרידו למקרים).

4. תהי  $f$  פונקציה המקיימת  $\frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{1}{3}$  וגם  $f(x) > 0$  לכל  $x \in [0, \infty)$ .

א. הוכיחו/הפריכו:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

ב. נתון בנוסף כי  $f$  רציפה בתחום  $[0, \infty)$ , הוכיחו כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

5. תהי סדרה המוגדרת ע"י כלל הנסיגה  $a_{n+1} = \frac{a_n^3 + a_n}{2}$  וכן  $a_1 = \frac{1}{2}$ .

א. הוכיחו שלכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  $a_n < 1$ .

ב. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{k}{4n^2}$$

ב. קרבו את  $\sqrt[3]{9}$  עד כדי שגיאה של  $h = \frac{1}{100}$ .