

מרצה: דר' ארז שיינר      משך המבחן: שלוש שעות      חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד  
 משקל כל שאלה: 20 נק'      ענו על כל השאלות      כל ציון מעל 100 יעוגל ל 100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^{10}) \ln(1+x)}{\cos(\sin(x))(1-\cos(5x))^5}$       ב.  $\lim_{x \rightarrow e} (\ln(x))^{x-e}$       ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{e^{(n^2)}}$

2.

א. חשבו את  $\int \sin^4(x) \cos(x) dx$ .

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס  $\int_1^{\infty} \frac{x+\sin(x)}{x^2+2} dx$ .

3.

א. הוכיחו כי לכל  $x > 0$  מתקיים כי  $4x \ln(x) - 8x + 4e \geq 0$ .

ב. קבעו לאילו ערכי  $a \in \mathbb{R}$  קיים פתרון יחיד למשוואה  $2x^2 \ln(x) - 5x^2 + 4ex = a$ , הוכיחו תשובתכם.

4. תהי  $f$  פונקציה המקיימת  $\frac{f(x+1)}{f(x)} = 3$  וגם  $f(x) > 0$  לכל  $x \in [0, \infty)$ .

א. הוכיחו/הפריכו:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ .

ב. נתון בנוסף כי  $f$  רציפה בתחום  $[0, \infty)$ , הוכיחו כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ .

5.

א. הוכיחו שלכל  $x \in \mathbb{R}$  מתקיים כי  $e^x + e^{-x} \geq 2$ .

ב. תהי סדרה המוגדרת ע"י כלל הנסיגה  $a_{n+1} = a_n e^{a_n} + \frac{a_n}{e^{a_n}}$  וכן  $a_1 > 0$ . חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

6.

א. חשבו את גבול הסדרה  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{(k-2n)^2}$ .

ב. קרבו את  $\sqrt[3]{e}$  עד כדי שגיאה של  $\frac{1}{100}$ .  $h =$