

מבחן בקורס הכנה למתמטיקה לקראת שנת תשפ"ב

מרצה: דר' ארז שיינר. תאריך: 03/09/21

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה (=)

1. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ x + 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ x + 2 & x < -1 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $f(f(x)) > f(x) - 1$

2. מצאו את כל הפתרונות המרוכבים למשוואה $z^6 + z^3 = 2$

3. א. מצאו את הזווית בין הוקטור $(1,1,1)$ לבין הישר המאונך למישור $x - y - z = 1$.
ב. מצאו את נקודת החיתוך בין המישור מסעיף א' לישר המאונך לו ועובר בנקודה $(1,1,1)$.

4. הוכיחו את הטענה הבאה באינדוקציה:

יהי $2 \leq k \in \mathbb{N}$, אזי לכל $2 \leq n \in \mathbb{N}$ מתקיים כי $k + n \leq k \cdot n$

5. יהי $n \in \mathbb{N}$, פתרו את האינטגרל

$$\int x^n \ln(x) dx$$

6. הגדרה: תהי X קבוצת קבוצות של מספרים. X נקראת אחלה קבוצה של קבוצות אם

$$\forall A \in X \forall B \in X: (A \cap B \neq \emptyset) \rightarrow A = B$$

א. נסחו תנאי השקול לכך ש X אינה אחלה קבוצה של קבוצות.

ב. קבעו והוכיחו לכל קבוצה אם היא אחלה קבוצה של קבוצות:

$$Z = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\} \quad Y = \{\{2n, 2n-1\} | n \in \mathbb{N}\} \quad X = \emptyset$$

7. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \in B$ וכן $A \cap C \neq \emptyset$ אזי $C \in B$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \subseteq B \cap C$ אזי $A \setminus C = A \setminus B$.