

מרצה: דר' ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
 משקל כל שאלה: 20 נק' ענו על כל השאלות כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^5(2x) \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right)}{\ln(1+3x^3)(\cos^2(x)-1)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{x^2-5x+6}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \ln\left(\frac{n+2}{n-3}\right)$

2.

א. חשבו את $\int \frac{8x^2-2x+4}{(x-1)(x^2+2x+2)} dx$

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_1^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$

3. לכל ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$ מצאו כמה פתרונות ישנם למשוואה $x(x^3 - 10)^3 = a$, והוכיחו תשובתכם.

4. תהי f פונקציה המקיימת $f(x) = f(x + 1)$ לכל $x \in [0, \infty)$.

א. הוכיחו/הפריכו: קיים $M \in \mathbb{R}$ כך שלכל $x \in [0, \infty)$ מתקיים כי $f(x) < M$.

ב. נתון בנוסף כי f רציפה בתחום $[0, \infty)$, הוכיחו/הפריכו: f גזירה בכל $x \in (0, \infty)$.

5. תהי סדרה המקיימת $a_{n+1} = a_n - a_n^2$ לכל $n \in \mathbb{N}$.

א. מצאו את גבול הסדרה אם נתון כי $0 < a_1 < 1$.

ב. מצאו את גבול הסדרה אם נתון כי $a_1 > 1$.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{1}{n^2} + \frac{k}{n^3}}$$

ב. קרבו את $\ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{5}$.