תרגיל 9 בפונקציות מרוכבות

1. תהי $f(z)$ אנלטית בעיגול היחידה (כלומר ב $\{z \mid |z|<1\}$) עם התכונה שלכל z כך ש $1 > |z| > 0$ מתקיים ש $|f(z)| \leq \ln \frac{1}{|z|}$. הוכיחו כי f היא פונקציית האפס.

2. מצאו את האפסים של הפונקציות הבאות ומצאו את הסדר שלהם.

   (א) $(e^z-1)\sin z \cos z$.

   (ב) $\frac{e^{z^2}-1}{z}$

3. מצאו את כל הפונקציות השלמות המקיימות $f''(\frac{1}{n!})+f(\frac{1}{n!})=0$ לכל $n \in \mathbb{N}$.

4. מצאו את כל הפונקציות האנליטיות ב $\{z \mid |z|<2\}$ המקיימות ש $f(1-\frac{1}{n}) = \frac{1}{n^2}-\frac{1}{n}$ לכל $n \in \mathbb{N}$.

5. האם קיימת פונקציה שלמה המקיימת $|f(z)| = |1-|z||$ לכל $z \in \mathbb{C}$.