

נוכיח ש $A \Delta B = A^c \Delta B^c$ (די מפתיע במבט ראשון, לא?)

$$x \in A^c \Delta B^c \Leftrightarrow x \in (A^c \cup B^c) \setminus (A^c \cap B^c) \Leftrightarrow (x \in A^c \cup B^c) \text{ וגם } (x \notin A^c \cap B^c) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \notin (A^c \cup B^c)^c) \text{ וגם } (x \in (A^c \cap B^c)^c) \stackrel{\text{מורגן דה}}{\Leftrightarrow} x \notin A \cap B \text{ וגם } x \in A \cup B \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cup B) \setminus (A \cap B) \Leftrightarrow x \in A \Delta B$$

שימו לב לשימוש בדה מורגן:

$$(A^c \cup B^c)^c = (A^c)^c \cap (B^c)^c = A \cap B$$