

תרגיל 8 לינארית 2 מדמח

1. תהי $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ותהי $T: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ העתקה לינארית המוגדרת על ידי:

$$TX = AX \quad \forall X \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

א. הוכח T אינה לכסינה

ב. מצא את המרחבים העצמיים של T

2. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a-2 \\ 1 & 1 & a-2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$

א. הוכח A לכסינה לכל ערך של a

ב. עבור כל ערך של a מצא מטריצה היפכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש

$$P^{-1}AP = D$$

3. תהי $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

א. הוכח A הפיכה בעזרת קיילי המילטון.

ב. מצא A^2, A^{12} בעזרת קיילי המילטון.

4. נתונה $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מטריצה לכסינה בעלת פולינום אופייני $f_A(\lambda)$ הוכיחו $f_A(A) = 0$ ללא שימוש במשפט קיילי המילטון.

5. נתונה $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ לא הפיכה. בנוסף, נתון כי $\rho(A - 3I) = 7$, $\rho(A - I) = 4$ (האות ρ מסמנת את הדרגה של המטריצה). הוכיחו כי A לכסינה מעל \mathbb{R} . מהי האלכסונית ש- A דומה לה.

בהצלחה!!!