

חשבון אינפי 1 למדמ"ח

תרגיל 4

הערה: בכל התרגילים השתמשו בכללי הגזירה שלמדנו, אין צורך לגזור לפי ההגדרה

1. עבור כל אחת מהפונקציות הבאות מצאו את תחומי ההגדרה של הפונקציה ושל הנגזרת. בנקודות בהן הנגזרת קיימת מצאו את $\varepsilon(x, \Delta x)$ המקיים $\Delta y = dy + \varepsilon \Delta x$. הוכיחו ש- $\varepsilon(x, \Delta x)$ שמצאתם אינפיניטסימלי כאשר $\Delta x \approx 0$:

א. $y = 2\sqrt{x}$

ב. $y = x^{-2}$

ג. $y = 4x + x^3$

2. גזרו את הפונקציות הבאות:

א. $u = -(2x + 3 + 4x^{-1})^{-1}$

ב. $v = \frac{2x^{-1} - x^{-2}}{3x^{-1} - 4x^{-2}}$

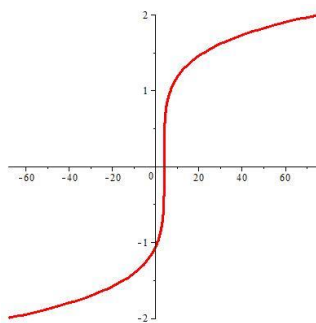
ג. $w = 3(x^2 + 1)(2x^2 - 1)(2x + 3)$

3. יהיו u ו- v פונקציות של x . מצאו את dy במונחים של du ו- dv :

א. $y = u^2v$

ב. $y = \frac{1}{u+v}$

4. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $x = 2y^5 + y^3 + 4$ בנקודה $(7, 1)$. (שימו לב הגרף הינו במישור (x, y) - ראו שרטוט).



5. מצאו את הפונקציה ההפוכה y ואת הנגזרת $\frac{dy}{dx}$ כפונקציות מפורשות של x :

א. $x = y^2 + 3y - 1, \quad y \geq -\frac{3}{2}$

ב. $x = \frac{1}{y^2} + \frac{1}{y} - 1, y > 0$ רמז: הציבו $t = \frac{1}{y}$

ג. $x = y^4 + y^2 + 1, y \geq 0$

6. הוכיחו, כי לפונקציה $y = f(x)$ קיימת פונקציה הפוכה אם ורק אם לכל x_1, x_2 כך ש-
 $x_1 \neq x_2$ מתקיים $f(x_1) \neq f(x_2)$. (הערה: אפשר לצאת מנקודת הנחה שקבוצת התמונות
היא הטווח של הפונקציה, כלומר הפונקציה היא על)

בהצלחה!!