

## תרגיל 5 במרוכבות

1. חשבו  $\int_{\gamma} \left( z + \frac{1}{z} \right) dz$  כאשר  $\gamma$  היא המסילה הנתונה ע"י  
 $\gamma(t) = \sin 2t + i(4 \cos t + 2t), 0 \leq t \leq \pi/2$

2. א. עבור  $\alpha \in \mathbb{C}$  חשבו את האינטגרל  $\int_{\gamma} \frac{1}{z - \alpha} dz$  כאשר המסילה  $\gamma$  היא המעגל  $|z - \alpha| = r$ .

ב. בעזרת סעיף א חשבו את האינטגרל  $\int_{\gamma} \frac{(z+1)^7}{z-1} dz$  כאשר  $\gamma$  נתונה לפי  $|z-1|=1$ .  
(רמז : זכרו שאינטגרל של פונקציה שלמה על מסילה סגורה שווה לאפס).

3. חשבו את האינטגרל  $\int_{\gamma} \frac{1}{(z-1)(z+1)} dz$  כאשר  $\gamma$  נתונה לפי:  $\gamma(t) = it, -1 \leq t \leq 1$ .

4. הראו שהפונקציה  $f(z) = \operatorname{Re} z$  איננה שלמה ע"י חישוב אינטגרל של פונקציה זו על עקומה סגורה.

5. תהי  $u$  פונקציה הרמונית. השתמשו בפונקציה  $f(z) = u_x(z) - iu_y(z)$  כדי להוכיח ש-

$$\int_{-\pi}^{\pi} u_x(e^{it}) \cos t + u_y(e^{it}) \sin t dt = 0$$