

## מבחן בקורס מכינה למתמטיקה לקראת שנת תשע"ח

מרצה: דר' ארז שיינר. תאריך: 19/09/17

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה =>

**1.** נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} -(x+1)^2 & x > 1 \\ |x| & -1 < x \leq 1 \\ x & x \leq -1 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי  $x$  מתקיים אי השוויון  $f(f(x)) \leq x$

**2.** מצאו את כל הפתרונות למשוואה  $z^4 = (1+i)^2 - (1-i)^2$

**3.** יהיו שלושה וקטורים במרחב  $\mathbb{R}^3$   $v_1 = (1,1,1), v_2 = (1,-1,0), v_3 = (1,1,-2)$ .

א. הוכיחו כי כל שניים מהוקטורים מאונכים זה לזה.

ב. מצאו  $a, b, c$  כך ש  $(x, y, z) = av_1 + bv_2 + cv_3$ .

**4.** הוכיחו באינדוקציה כי לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים  $\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k \ln(k!) = n \ln(2) + \ln(n!)$ .

**5.** פתרו את האינטגרל  $\int e^{\sqrt{x}} dx$

**6.** הגדרה: אוסף  $R$  של זוגות של מספרים טבעיים נקרא **שלם** אם

$$\forall a \in \mathbb{N} \exists b \in \mathbb{N} : (a, b) \in R$$

א. נסחו תנאי השקול לכך שהאוסף  $R$  אינו שלם.

ב. קבעו והוכיחו אילו מן האוספים הבאים הינם מלאים ואילו אינם מלאים:

$$T = \{(n, n) | n \in \mathbb{N}\}, S = \{(n, m) | n = m^2\}, R = \{(n, m) | n < m\}$$

**7.** הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  מתקיים  $A \setminus B \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq B \cup C$

ב. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  מתקיים שאם  $A \cap B \subseteq C$  אזי  $A \setminus B \subseteq C$