

89-214 מבנים אלגבריים – מועד ב' – 09/03/23

משך המבחן – שלוש שעות. חומר עזר אסור - השימוש במחשבון מותר. מרצה – דר' ארז שיינר

מתרגלים: מר תומר באואר ומר דניאל עומר כל שאלה שווה 28 נקודות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. תהיינה חבורות G, H ויהי $f: G \rightarrow H$ איזומורפיזם.

א. הוכיחו או הפריכו: אם G אבלית גם H אבלית.

ב. יהי $a \in G$. הוכיחו או הפריכו: $o(a) = o(f(a))$.

2. נביט בחבורת התמורות S_n ובחבורה $\mathbb{Z}_n$ עם חיבור מודולו n .

א. כמה תתי חבורות של S_3 איזומורפיות ל- $\mathbb{Z}_2$? הוכיחו תשובתכם.

ב. כמה תתי חבורות של S_3 איזומורפיות ל- $\mathbb{Z}_3$? הוכיחו תשובתכם.

3. אליס רוצה לבדוק האם המספר $x = 561$ ראשוני באמצעות מבחן מילר-רבין.

א. האם $a = 2$ עד חזק לראשוניות של $x = 561$? מה ניתן להסיק מכך?

ב. האם $a = 50$ עד חזק לראשוניות של $x = 561$? מה ניתן להסיק מכך?

4. בוב שולח לאליס מידע המקודד עם הקוד הפולינומי הנוצר על ידי הפולינום $g(x) = x^3 + x^2 + x + 1$.

אליס קיבלה מבוב את המילה המקודדת 1101101.

א. קודדו את המידע 1101 באמצעות הקוד הפולינומי.

ב. הראו כי המילה שאליס קיבלה אינה המילה שבוב שלח.

ג. נתון כי בדרך בין בוב לאליס נפלה בדיוק שגיאה אחת. הראו כי אפילו בהנתן הנחה זו, אליס אינה יכולה לדעת

בוודאות מהו המידע שבוב שלח לה.