

אנליזה מתקדמת למורים, תרגיל 4

14 בנובמבר 2018

1. מצאו את הגבולות של הסדרות המרוכבות הבאות:

$$z_n = (0.5 \operatorname{cis} \frac{\pi}{6})^{2n} \quad (\text{א})$$

$$z_n = (1 - \frac{1}{n})^n \operatorname{cis} \frac{\pi}{4} \quad (\text{ב})$$

$$z_n = \frac{2n^2 - 3n + 1}{8n^2 + 2} - 2 \cdot \sqrt[n]{n}i \quad (\text{ג})$$

2. הראו שהפונקציות הבאות לא רציפות בנקודה $(0, 0)$ (בנקודות מהצורה $(x, 0), x \neq 0$ אין צורך לבדוק):

א.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin x}{y} & y \neq 0 \\ 1 & y = 0 \end{cases}$$

ב.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} & x, y \neq 0 \\ 0 & x = 0 \vee y = 0 \end{cases}$$

ג.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. הראו שהפונקציות הבאות רציפות ב- \mathbb{R}^2 (כלומר, רציפות בכל נקודה):

א.

$$f(x, y) = \begin{cases} y \cdot \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

.ב.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x, y)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

. $\forall x : |\sin x| \leq |x|$: היעזרו בעובדה הבאה:

בהצלחה!