

מבוא לטופולוגיה – תרגיל 7

1. האם קבוצת המספרים האי-רציונליים קשירה (בטופולוגיה המושרת מ- \mathbb{R}) ?

2. יהי $X = \{a, b\}$ ו- (X, τ) מרחב טופולוגי קשיר ולא טריוויאלי. מצאו כל הטופולוגיות τ המקימות את התנאי הזה.

3. יהי $L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$.

(א) הוכיחו ש- L קבוצה קשירה מסילתית
(ב) יהיו:

$$U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < y\};$$

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > y\}$$

הוכיחו ש- U, V רכיבי קשירות של המרחב L^c .

4. תזכורת. הישר של סורגנפריי (או זורגנפריי) הוא מרחב טופולוגי (\mathbb{R}, σ) כך ש- σ מורכבת כל מני אחדים מסוג:

$$\bigcup_{\alpha \in I} [a_\alpha, b_\alpha)$$

כאשר I קבוצת אינדקסים כלשהי ו- $a_\alpha, b_\alpha \in \mathbb{R}$. מצאו את כל רכיבי הקשירות של (\mathbb{R}, σ) .

5. הוכיחו שהמרחבים \mathbb{R} ו- \mathbb{R}^2 (אם הטופולוגיה האוקלידית) אינם הומאומורפיים.

ה ג ש מ ח !