

בוחן שני בקורס משוואות דיפרנציאליות 27-301

צוות הקורס: ד"ר ארז שיינר, גב' ירדן נתיב, ד"ר ניר שרייבר

משך הבוחן: שעה וחצי

הוראות: יש לענות על כל השאלות, משקל כל שאלה 35 נק'

1.

א. (20 נק') מצאו את הפתרון הכללי למד"ר $y'' - 3y' + 2y = 0$.

$$y = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$$

ב. (15 נק') מצאו פתרון למד"ר $y'' - 3y' + 2y = xe^x$, המקיים $y(0) = 0$, וכן $y'(0) = -2$.

$$y_p = -\left(\frac{1}{2}x^2 + x\right)e^x$$

$$y = e^x - e^{2x} - xe^x - \frac{1}{2}e^x x^2$$

2. נחפש פתרון למד"ר $y'' + xy' - y' - xy = 0$, המקיים את תנאי ההתחלה $y(0) = y'(0) = 1$.

א. (30 נק') הציבו כפתרון את טור הטיילור $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots$ ומצאו את המקדמים

הראשונים a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 .

ב. (5 נק') המשיכו עם החישובים של שאר מקדמי טור הטיילור ומצאו את הפתרון.

$$y = e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

3. יהי גוף בעל מסה $m = 1$ מחובר לקפיץ על משטח חסר חיכוך. נסמן ב- $X(t)$ את המיקום של הגוף במטרים בשנייה t ,

וכאשר $X(t) = 0$ הקפיץ רפוי. הכוח שהקפיץ מפעיל על הגוף הוא $-kX(t)$ כאשר $k = 4$.

נתון כי ברגע $t = 0$ הגוף היה במיקום בו הקפיץ רפוי, ובעל מהירות 2 מטר לשנייה בכיוון ימין.

א. מצאו את מיקום הגוף ברגע $t = \frac{\pi}{4}$.

$$X''(t) = -kX(t)$$

$$X''(t) + kX(t) = 0$$

$$X(t) = c_1 \sin(\sqrt{k}t) + c_2 \cos(\sqrt{k}t)$$

$$X(0) = 0 \rightarrow c_2 = 0$$

$$X'(t) = \sqrt{k}c_1 \cos(\sqrt{k}t)$$

$$X'(0) = \sqrt{k}c_1 = 2$$

$$c_1 = \frac{2}{\sqrt{k}} = 1$$

$$X(t) = \sin(2t)$$

$$X\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

ב. מצאו את מהירות הגוף ברגע $t = \frac{\pi}{2}$, מה כיוונה?

$$X'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos(\pi) = -2$$

לכיוון שמאל.