

מבחן בפונקציות מרוכבות מועד ב

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד כל שאלה 22 נקודות.
כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט.
משך הבחינה שעתיים וחצי.

1. אפינו את הסינגולריות בנקודה $z_0 = \pi$ של הפונקציה

$$\frac{(\operatorname{Log} \frac{z}{\pi})^3 (1 + \cos z)^2}{(\sin z)^4 (e^{(z-\pi)} - z + \pi - 1)^3}$$

והצדיקו את תשובתכם.

2. נניח ש- $f(z)$ פונקציה שלימה, וגם $\bar{f}(z)$ פונקציה שלימה. הוכיחו ש- $f(z)$ קבועה.

3. חשבו: $\int_{\gamma} \tan z dz$ כאשר γ ריבוע בעל קודקודים $-\pi - i, \pi - i, \pi + i, -\pi + i$, מתואר נגד כיוון השעון.

4. חשבו את האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 3x + \cos 2x}{(x^2 - 4x + 8)} dx$ והצדיקו את תשובתכם.

5. עבור $n \geq 3$ קבעו כמה אפסים קיימים לפונקציה $z^n + 4z^{n-1} + z + 4$ בתוך העיגול $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 3\}$. (התשובה תלויה ב- n).

בהצלחה!