

## חדו"א 1 תרגיל מספר 5 תשפ"א - גבולות של פונקציה

ענו על השאלות הבאות:

### חלק א

1. הראו לפי הגדרת הגבול של קושי כי מתקיים  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x+2}{5x} = \frac{6}{5}$

2. חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 2x - 24}{x^2 + 18x + 72}$

3. חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^9 + 4x^2 + 4}{3x^9 + 3x^8 + 2}$

4. חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{x}{9}\right)^{\frac{x^2 - 20x + 100}{x - 9}}$

5. חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x^2 - 5x - 10} - \sqrt{7x^2 + 7x - 14}}{\sqrt{2x^2 - 2}}$

6. חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 + 2x - 9} - \sqrt{2x^2 - 5}}{7x - 14}$

7. חשבו את הקבול  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{4 + \sin\left(\frac{1}{-5x^3}\right)}$

### חלק ב

1. יהיו  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציות רציפות. הוכיחו/הפריכו:

(א) הפונקציה  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  המוגדרת  $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$  היא רציפה.

(ב) כל פונקציה  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  שעבור כל  $x$  ממשי מקיימת  $h(x^2) = f(x)g(x)$  היא רציפה.

2. יהיו  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציות המקיימות כי  $f(x), g(x) \geq 0$  לכל  $x$  ממשי. הוכיחו/הפריכו:

(א) אם קיים  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$  (עבור  $L \in \mathbb{R}$ ) אז לסדרה  $a_n = f(n)$  קיים גבול  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

(ב) אם קיים  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$  אז קיים  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  או קיים  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .

בהצלחה! ☺