

1. חשבו את האינטגרלים הבאים (המסילות מכוונות נגד כיוון השעון):

$$\text{א. } \int_{|z|=3} \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$$

$$\text{ב. } \int_{|z|=4} \frac{e^{tz}}{z^2+1} dz, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\text{ג. } \int_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z^2-z} dz$$

$$\text{ד. } \int_{|z-1|=1} \frac{\cos \pi z}{(z^2-1)^2} dz$$

2. תהי $f(z)$ פונקציה שלמה. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות

(א) אם לכל z מתקיים $f(z) = f(iz)$ אז f קבועה

(ב) אם לכל z מתקיים $f(z) = f(3z)$ אז f קבועה

3 תהי $f(z)$ פונקציה שלמה המקיימת כי $|f(z)| \leq M|z|^n$ עבור $M > 0$ כלשהוא.
הוכיחו כי $f(z)$ היא פולינום ממעלה n לכל היותר.
רמז: חזרו על ההוכחה של משפט ליוביל.

4 תהי $f(z)$ פונקציה שלמה המקיימת $|f(z) - f(2z)| \leq 10$, הוכיחו כי $f(z)$ קבועה.

5. מצאו את כל נקודות המקסימום (הגלובליות) של הפונקציה

$$f(z) = z^2 - 3z + 2$$

בעיגול $\{z \mid |z| \leq 1\}$

הדרכה: כתבו $z = x + iy$ (והשתמשו כמובן בעקרון המקסימום).

6. האם קיימת פונקציה שלמה המקיימת $|f(z)| = |1 - |z||$ לכל $z \in \mathbb{C}$.